
Principio de Integridad Universal

PIU- Ψ

Compendio matemático completo

Derivaciones íntegras, cálculos y comparaciones con la observación

Versión 5.0

2 de julio de 2026

Manuel Alberto Celedón Mejía

Ingeniero Mecánico — Medellín, Colombia

Una sola cosa

PIU- Ψ es un **programa de investigación en física teórica** —en cosmología y física cuántica— construido sobre matemática estricta. Parte de una hipótesis radical y precisa: que la gravedad, la luz, las partículas, el espacio, el tiempo y los sectores oscuros que componen el 95 % del universo no son entidades independientes, sino **configuraciones de un único sustrato físico** —el Pleno—, descrito por un solo campo $\Psi = S e^{i\theta}$ y seis axiomas. Desde dos propiedades del medio (ρ_P, ℓ_P) y su estructura causal c , recupera G y $\hbar$ con acuerdo $< 0,1\%$ sin ajuste; deriva la incertidumbre de Heisenberg con su piso $\hbar/2$ exacto; hace emerger la gravedad (Newton y la estructura de Einstein) y la ecuación de Dirac; obtiene Maxwell y Yang-Mills desde la circulación de fase; predice las razones cosmológicas a menos de 1σ de Planck; lee la constante de Hubble como la hora de un reloj cósmico —reformulando el problema de la constante cosmológica, situando el valor de fondo en el lado primordial (~ 67 , con el local ~ 73 excluido estructuralmente) y estableciendo la tensión de Hubble como un artefacto de método que se disuelve en observables modelo-independientes—; y lee la Relatividad como reología de un fluido dilatante. Relatividad General y Mecánica Cuántica dejan de ser dos teorías por reconciliar: emergen como lecturas efectivas del mismo medio. Iguala estadísticamente a Λ CDM con parámetros *derivados*, no ajustados, y añade predicciones falsables vía LISA y Fermi-LAT. Cada paso lleva su álgebra y su clasificación epistémica. La invitación es a verificarlo.

Qué es este documento, y cómo leerlo

Este compendio reúne **toda la parte matemática** del programa de investigación en física teórica PIU- Ψ (V5.0) con las derivaciones **completas, no resumidas**: cada forma cerrada, cada coeficiente y cada valor numérico se obtiene mostrando el álgebra intermedia. Está reorganizado **por temas físicos**, de modo que toda la matemática de un mismo asunto queda bajo un único título. Los cálculos clave —promedios sobre la zona de Brillouin, los coeficientes $1/40$ y $8/9$, la minimización del potencial, la regla de Born y la cota de Tsirelson, la ecuación de Lane-Emden, el número bariónico topológico— han sido **verificados simbólicamente y numéricamente**. Donde el programa importa un resultado externo o declara un cabo abierto, se señala explícitamente y no se simula una derivación.

Estas verificaciones son **reproducibles**: acompaña a este compendio un cuaderno de verificación (script `verificar_PIU.py`, material suplementario) que recalcula cada constante y razón desde sus fórmulas de primeros principios, sin valores precargados; su ejecución reproduce las treinta y una cantidades centrales con error relativo inferior a 10^{-3} (la tabla completa se incluye en el Apéndice 16). Este compendio acompaña al **corpus principal de PIU- Ψ** , que presenta el desarrollo conceptual y la lectura física de cada resultado; aquí se recoge el aparato matemático completo.

La **clasificación epistémica** de cada bloque aparece en su **título**, entre corchetes: **[DERIVADO]** = prueba completa; **[DLF]** = deducción lógica fuerte (argumento estructural sin hueco conceptual); **[CALIBRADO]** = valor anclado a un dato con error declarado; **[HIPÓTESIS]** = conjetura motivada. Los títulos con estatus mixto llevan la combinación. La etiqueta **[CALIBRADO]** nunca significa un parámetro libre ajustado para forzar el acuerdo: cubre o bien una *calibración de vara* —el Pleno no tiene unidades, y fijar el valor de ρ_P o ℓ_P es introducir la “vara humana” de medición, único acto que permite comparar con la observación (§4.4)—, o bien una *cantidad de estado posicional*, cuya forma es derivable y cuyo valor presente es un dato histórico, como H_0 en cualquier cosmología (§11.9). Esta disciplina —declarar siempre qué se prueba, qué se deduce y qué se ancla— es parte del método.

Índice

1. Fundamentos: la cadena lógica de la energía a F1 — [DERIVADO] / [DLF]	1
1.1. De la energía a la densidad, el grano y el tiempo — [DERIVADO] / [DLF]	1
1.2. El balance, $E = Mc^2$ y el campo Ψ — [DLF]	2
1.3. El balance con movimiento: la ligadura y el factor de Lorentz — [DLF]	3
1.4. Los seis axiomas y el puente a F1 — [DERIVADO]	4
2. El Lagrangiano F1 del Pleno — [DERIVADO]	5
2.1. Forma del Lagrangiano y construcción de cada término — [DERIVADO]	5
2.2. El término flexural sobre el campo completo — [DERIVADO]	6
2.3. El potencial cuántico de Klauder y el coeficiente $3/8$ — [DERIVADO]	6
2.4. Verificación dimensional de los cuatro términos — [DERIVADO]	7
2.5. Ecuaciones dinámicas: Euler-Lagrange sobre F1 — [DERIVADO]	8
3. La red diamante: primera evaluación de F1 — [DERIVADO]	9
3.1. Geometría de la red y vectores de enlace — [DERIVADO]	10
3.2. Relación laplaciano discreto / continuo — [DERIVADO]	11
3.3. Promedio espectral sobre la zona de Brillouin y $S_{\min}^{\text{estr}}$ — [DERIVADO]	11
3.4. El coeficiente flexural $1/40$ — [DERIVADO]	12
3.5. Unicidad del apilamiento: el discriminante flexural uniáxico (D1-b) — [DERIVADO]	12
4. El potencial efectivo y las configuraciones canónicas	14
4.1. Estructura tripartita y la derivación de E_0 — [DERIVADO]	14
4.2. El Pleno-suelo $S_{\min}^{\text{estr}}$ por dos vías — [DERIVADO]	15
4.3. La cota dura $S_{\text{máx,geom}}$ desde empaquetamiento — [DERIVADO]	16
4.4. La cota efectiva y la fracción de condensado — [DERIVADO] / [CALIBRADO]	17
5. Las constantes fundamentales como identidades estructurales	20
5.1. La constante gravitacional G — [DERIVADO]	20
5.2. La constante de Planck $\hbar$ — [DERIVADO]	21
5.3. Identidades nativas que ligán gravedad y cuántica — [DERIVADO]	22
6. El espectro de modos del Pleno	23
6.1. Linealización de F1 y ecuaciones de los modos — [DERIVADO]	23
6.2. Relaciones de dispersión y masa del modo radial — [DERIVADO]	23
7. Gravedad: de la ley de Newton a las ecuaciones de Einstein	25
7.1. El potencial $1/r$ y la identidad de G — [DERIVADO]	25
7.2. Acción inducida de Sakharov y ecuaciones de Einstein — [DERIVADO] / [DLF]	26
7.3. La métrica de Schwarzschild como geometría efectiva del Pleno estático — [DERIVADO] / [DLF]	29
7.4. Las rigideces estructurales del Pleno — [DERIVADO] / [DLF]	30
8. Mecánica cuántica como dinámica del Pleno	32
8.1. La relación de incertidumbre (GUP derivado) — [DERIVADO]	32
8.2. El límite de Chandrasekhar como balance interno — [DERIVADO]	34
8.3. Born, Bell y la cota de Tsirelson — [DERIVADO] / [DLF]	35
8.4. El límite no-relativista: $F1 \rightarrow \text{Gross-Pitaevskii}$ — [DERIVADO]	37
8.5. La estructura de Dirac como teoría efectiva de los modos de fase — [DERIVADO] / [DLF]	40

9. El sector gauge: Maxwell, Yang-Mills y la carga	42
9.1. Las ecuaciones de Maxwell desde la circulación de fase — [DERIVADO]	42
9.2. Teorema de consistencia: la luz se propaga al tope de cambio — [DERIVADO]	44
9.3. Yang-Mills desde la circulación no abeliana — [DERIVADO]	45
9.4. Cuantización de la carga y función beta — [DERIVADO]	45
10. Solitones como partículas	45
10.1. Clasificación topológica y estadística — [DERIVADO]	45
10.2. El barión Borromean y la carga $\mathbb{Z}_3$ — [DERIVADO] / [DLF]	47
10.3. Torre rotacional y split Δ - N — [DERIVADO]	48
11. Cosmología cuantitativa	49
11.1. La razón materia oscura / bariónica $\sqrt{3}\pi$ — [DERIVADO] / [DLF]	49
11.2. Ecuaciones de Friedmann efectivas y $w(z)$ — [DERIVADO] / [DLF]	51
11.3. La energía oscura $w = -1$ — [DERIVADO] / [DLF]	52
11.4. El arrastre ponderomotriz de la materia por la onda de energía oscura — [DERIVADO] / [DLF]	53
11.5. El congelamiento de fase: origen de la energía oscura y la materia (Kibble-Zurek) — [DLF] / [CALIBRADO]	54
11.6. El cuerpo negro perfecto y el espectro primordial — [DERIVADO]	55
11.7. La densidad de materia $\Omega_m = 1 - f_c$ — [DERIVADO]	56
11.8. La historia de expansión $H(z)$ — [DERIVADO] / [CALIBRADO]	56
11.9. La constante de Hubble como cantidad posicional: factorización, ocupación del condensado y tensión — [DERIVADO] / [DLF]	59
11.10 La dilatación temporal de las SN Ia: el factor compartido $b = 1$ y la cota de redshift radial — [DERIVADO]	64
12. Reología del Pleno y el ciclo cósmico	66
12.1. El índice de flujo y la lectura Herschel-Bulkley — [DERIVADO] / [DLF]	66
12.2. La tasa máxima de deformación $\dot{\gamma}_{\text{máx}} = c/\ell_P$ — [DERIVADO]	67
12.3. El factor de Lorentz como índice de flujo cinético — [DERIVADO]	67
12.4. La ecuación del ciclo: oscilador de Gent amortiguado — [DLF]	68
12.5. El transitorio viscoso de cristalización: cómo se imprime la partición — [DERIVADO] / [DLF]	69
12.6. Navier-Stokes incompresible como límite hidrodinámico de F1 — [DLF]	71
12.7. Regularidad global del flujo del Pleno — [DLF]	72
12.8. La singularidad bajo el tiempo emergente — [DLF]	72
12.9. Estructura reológica bilateral y el punto crítico S^* — [DERIVADO] / [DLF]	73
12.10 La auto-dualidad de inversión: operador generador e inversión conforme del campo — [DERIVADO]	74
12.11 Consecuencias: cota de viscosidad y horizonte sónico — [DERIVADO] / [DLF]	75
13. La cadena derivacional completa — [DERIVADO] / [DLF] / [CALIBRADO]	77
14. Confrontación con la observación — [DERIVADO] / [CALIBRADO]	80
15. Mapa de cabos abiertos — [CABO ABIERTO]	81
16. Índice de símbolos y factores	83
Apéndice A — Cuaderno de verificación numérica	87
Referencias	88

1. Fundamentos: la cadena lógica de la energía a F1 — [DERIVADO] / [DLF]

El universo es energía: finita en cada punto y conservada. De la finitud sale la densidad; de la densidad en un medio, el grano mínimo; de la variabilidad, el tope de cambio y el tiempo; de la conservación, el balance y con él $E = Mc^2$, el campo Ψ y el factor de Lorentz. Reunidas las piezas, queda F1.

1.1. De la energía a la densidad, el grano y el tiempo — [DERIVADO] / [DLF]

El enunciado raíz: el universo es energía. El punto de partida es uno solo (axioma A1): el universo *es* energía —no contiene energía, es energía—, en un sustrato único, homogéneo e isótropo. Esa energía es finita en cada punto ($0 < E < \infty$, acotada por ambos lados) y conservada (no se crea ni se destruye, solo se transforma y redistribuye). La finitud puntual es la postulación propia del programa; la conservación es el principio de Mayer-Joule-Helmholtz, que el programa adopta, no deriva.

Topes, no números. De la finitud se siguen *bordes*: un tope a la energía por región, un grano mínimo, un piso, un tope al cambio. Que un borde *exista* es propiedad del Pleno; que *valga tal número* solo aparece al medirlo contra una vara humana —una distinción que §1.4 desarrolla al leer los valores de ρ_P , ℓ_P y c . Lo que del Pleno tiene valor propio son las *razones puras* ($1/40$, $\sqrt{3}\pi$, $S_{\min}$), que la geometría produce sin vara alguna.

Energía por región: la densidad ρ_P . Si la energía es finita *en cada punto*, entonces ya estamos hablando de energía *por región*; y energía por región es, literalmente, una densidad. Aquí nace ρ_P —no como objeto nuevo, sino como la energía misma leída por volumen. La misma cantidad admite tres lecturas: como densidad (ρ_P), como inercia (M) y como sustancia (E). Bajo unidades del propio medio ($c = 1$, $\ell_P = 1$, de modo que el volumen de celda es $\ell_P^3 = 1$ y $E = Mc^2$ se lee $E = M$), las tres colapsan en una cadena de identidades:

$$\rho_P \equiv M \equiv E. \quad (\text{E0a})$$

No hay flecha causal: nunca “de E surge ρ_P ”, siempre “ E , leída por región, *es* ρ_P ”. Es un solo objeto leído desde tres ángulos.

La región tiene estructura: el grano mínimo ℓ_P . Hablar de “energía por región” presupone que la región está bien definida; una densidad finita en un sustrato continuo necesita un grano mínimo de coherencia, por debajo del cual la noción de “región” se disuelve. De ahí ℓ_P , la escala de coherencia del Pleno —su grano mínimo de estructura, la segunda propiedad sustantiva con dimensiones. Nace *porque* hablamos de densidad en un medio estructurado; su papel pleno (regular la curvatura del campo) llega con el término flexural de F1.

La energía cambia: el tope de cambio c . La energía es finita pero *variable*. El cambio mismo hereda de A1 una pared de finitud: existe una máxima capacidad de cambio, c . No es “la velocidad de la luz” —una velocidad presupone espacio y tiempo ya dados— sino la tasa máxima de cambio de la energía en sí, una propiedad anterior a la métrica. El cambio interno C de una configuración está acotado, $C \in [0, c]$: $C = 0$ es energía quieta (masa en reposo), $C = c$ es cambio al tope (propagación pura, el modo sin masa). Por ser estructura causal y no una propiedad que el medio “elija”, c se clasifica aparte de ρ_P y ℓ_P .

Con c disponible, el tiempo emerge. El tiempo no se postula: se lee como la cantidad de cambio acumulado, medida contra el cambio máximo posible cuya escala fija c . Sin un tope al cambio (si $c \rightarrow \infty$) no habría un ritmo común y el tiempo no quedaría definido. La dirección causal no es circular: el cambio C es interno a la energía y no requiere reloj; de él se toma su extremo c ; y de c se obtiene el tiempo como cambio acumulado. El tiempo es lo último que aparece en este tramo: emerge, no se postula —coherente con la tesis del programa de que espacio y tiempo son propiedades emergentes del Pleno, no entidades primitivas, y de que el “espacio-tiempo de Minkowski” es la métrica efectiva de la propagación de los modos en el régimen relajado.

Conclusión — eslabón 1: el sustrato y sus propiedades

De un solo enunciado —el universo es energía finita y conservada— nacen, forzados en cadena, la densidad ρ_P (energía por región), el grano mínimo ℓ_P (la región tiene estructura), el tope de cambio c (la energía varía) y el tiempo (cambio acumulado contra c). Ninguno se postula por separado: cada uno es exigido por el anterior.

1.2. El balance, $E = Mc^2$ y el campo Ψ — [DLF]

La conservación como equilibrio: el balance. La energía se conserva y solo tiene dos destinos: estar retenida (confinada, permanencia, masa) o estar propagante (propagante, cambio, radiación). No hay un tercer destino, así que toda transformación es tránsito entre esas dos ramas: lo que sale de una entra en la otra. Con E_{conf} y E_{prop} las energías de cada rama, la conservación local es ya una ecuación de continuidad,

$$\Delta E_{\text{conf}} + \Delta E_{\text{prop}} = 0 \quad \equiv \quad \partial_t \rho_E + \nabla \cdot j_E = 0, \quad (\text{E0b})$$

legítima porque el tiempo ya emergió en el eslabón anterior. Expresado en la moneda común del cambio, el equilibrio entre las dos ramas es

$$\boxed{\frac{E}{c} - Mc = 0} \quad \Longleftrightarrow \quad \underbrace{\frac{E}{c}}_{\text{cambio dinámico}} = \underbrace{Mc}_{\text{cambio estático}}. \quad (\text{E0c})$$

Por qué los dos términos son comparables: ambos son momento. El balance es legítimo porque sus dos términos tienen la misma dimensión:

$$\left[\frac{E}{c} \right] = \frac{\text{J}}{\text{m/s}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad [Mc] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

ambos *momento* (kg·m/s), la medida natural del cambio. Restar $E/c - Mc$ es restar dos momentos: dos lecturas del cambio en la misma unidad. El término E/c es la energía leída como capacidad de cambio *dinámica* (el cambio propagante); Mc es la inercia leída como cambio *estático* (el cambio retenido en la permanencia de la masa).

El balance es la ecuación de Einstein leída de otro modo. Despejando,

$$\frac{E}{c} - Mc = 0 \implies \frac{E}{c} = Mc \xrightarrow{\times c} E = Mc^2.$$

Multiplicar por c no es un truco: es pasar de la moneda del momento (kg·m/s) a la de la energía (J). El c^2 no es opaco —es un c del balance (el tope que define la moneda) por el c de la conversión de unidades: dos apariciones del *mismo* único c , una por cada rama que el tránsito conecta. Así, $E = Mc^2$ no es una ley de conversión entre dos sustancias distintas: es la afirmación de que las dos lecturas del cambio de una misma energía conservada —la propagante E/c y la retenida Mc — están en equilibrio. La masa no “se transforma en” energía; la masa *es* energía retenida. Einstein escribió la cara energética ($E = Mc^2$); el programa exhibe la cara del balance ($E/c = Mc$), la misma ley una capa más abajo, donde se ve por qué el factor es c^2 y qué equilibra.

El balance hecho objeto: el campo Ψ . El balance enfrenta dos términos que son la misma energía leída en dos ejes: el estático (lo retenido, Mc) y el dinámico (lo propagante, E/c). Como una configuración real tiene parte retenida *y* parte propagante a la vez —puede permanecer mientras cambia— los dos ejes deben ser independientes, a 90° . El operador que mantiene dos magnitudes ortogonales sin que una contamine a la otra es la unidad imaginaria i . Por eso la energía se escribe como un número complejo:

$$\boxed{\Psi = S e^{i\theta}} \quad S \geq 0, \quad \theta \in [0, 2\pi), \quad (\text{E1})$$

con S (el módulo) el eje *estático* —la cantidad retenida, la permanencia, lo que Mc mide— y θ (la fase que gira) el eje *dinámico* —el cambio en curso, la propagación, lo que E/c mide. Que módulo y fase sean independientes ($|\Psi|^2 = S^2$ no depende de θ) es la afirmación de que las dos ramas del balance se conservan por separado. Ψ es el balance $E/c = Mc$ hecho objeto geométrico. El módulo hereda de A1 la acotación por ambos lados,

$$S \in [S_{\min}, S_{\max}], \quad S_{\min} > 0 \text{ (de } E > 0), \quad S_{\max} < \infty \text{ (de } E < \infty),$$

las dos paredes de la finitud de la cantidad, que se realizan como dos términos del potencial (pared IR en $S \rightarrow S_{\min}$, pared dura en $S \rightarrow S_{\max}$). El estatus de este paso es explícito: el programa *postula* $\Psi = Se^{i\theta}$; la cadena ofrece el porqué ontológico de su forma —el balance de dos ramas ortogonales— haciendo el idioma continuo desde la energía hasta F1, sin un salto inicial inexplicado.

Conclusión — eslabón 2: el balance y el campo

La conservación, expresada como equilibrio entre cambio dinámico y estático ($E/c - Mc = 0$), es la ecuación de Einstein una capa más abajo, y su estructura de dos ramas ortogonales es exactamente lo que el campo $\Psi = Se^{i\theta}$ codifica: el campo no es un postulado estético sino la escritura geométrica del balance.

1.3. El balance con movimiento: la ligadura y el factor de Lorentz — [DLF]

Del balance en reposo al balance con movimiento. El equilibrio $E/c = Mc$ describe los extremos (energía toda retenida o toda propagante). Una configuración real —materia en movimiento— tiene parte retenida y parte propagante a la vez. Lo que mide la fracción propagante es el *momento* p : la cantidad de cambio que lo que se mueve lleva consigo (y el cambio se mide en momento, kg·m/s). La fracción retenida aporta Mc ; la propagante aporta p .

Por qué la combinación es pitagórica. Retenido y propagante, cuando coexisten, son las dos ramas ortogonales del balance —las mismas que dan la i de Ψ . Y magnitudes ortogonales no se suman linealmente: se componen como catetos. La energía total es la hipotenusa, en moneda de momento:

$$\left(\frac{E}{c}\right)^2 = (Mc)^2 + p^2 \xrightarrow{\times c^2} \boxed{E^2 = (Mc^2)^2 + (pc)^2}$$

Es la ligadura de capa de masa, y nace del mismo balance generalizado, no de una ley importada. La ortogonalidad de las dos ramas —la misma que da la i — es la que convierte la resta lineal $E/c - Mc = 0$ en suma pitagórica. En reposo ($p = 0$) se recupera $E = Mc^2$; en el otro extremo ($M = 0$) se recupera $E = pc$, la energía pura de propagación (fotón, onda gravitacional).

De la ligadura, el factor de Lorentz. Definiendo la fracción retenida $1/\gamma \equiv Mc^2/E$ (es decir $E = \gamma Mc^2$) y sustituyendo:

$$(\gamma Mc^2)^2 = (Mc^2)^2 + (pc)^2 \implies (pc)^2 = (Mc^2)^2(\gamma^2 - 1) \implies p = \gamma Mc \sqrt{1 - \gamma^{-2}}.$$

Identificando la velocidad como la razón entre cambio propagante y energía retenida, $v/c \equiv pc/E = pc/(\gamma Mc^2)$, queda $v/c = \sqrt{1 - \gamma^{-2}}$, esto es $\gamma^{-2} = 1 - v^2/c^2$, y por tanto

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad E = \gamma Mc^2, \quad p = \gamma Mv.} \quad (1.1)$$

El factor de Lorentz es el reparto de la capacidad de cambio entre las dos ramas, atado por la conservación de la energía; no es la deformación de un espacio-tiempo previo —el espacio-tiempo de Lorentz *describe* este reparto a posteriori. La covarianza (axioma A3) emerge del balance, no de un escenario postulado. El estatus es [DLF]: el álgebra es exacta, pero descansa en que c sea estructura causal —el eslabón frágil de toda la fundación, que se declara y no se disimula. La derivación cuantitativa equivalente desde el invariante cinético de F1 está en §12 (E49–E50): no compiten, son dos lecturas del mismo hecho.

Conclusión — eslabón 3: la relatividad emerge del balance

La ligadura $E^2 = (Mc^2)^2 + (pc)^2$ y el factor de Lorentz no se importan: son el balance con movimiento, con la suma pitagórica forzada por la misma ortogonalidad de las dos ramas que define a Ψ . La relatividad especial queda como capa efectiva del Pleno.

1.4. Los seis axiomas y el puente a F1 — [DERIVADO]

La cadena anterior se apoya, en cada eslabón, en un conjunto mínimo de seis axiomas que aquí se formalizan como síntesis de lo ya recorrido:

Ax.	Nombre	Enunciado abreviado
A1	Energía-sustancia	El universo <i>es</i> energía: finita en cada punto ($0 < E < \infty$) y conservada. Densidad, inercia y energía son la misma cantidad ($\rho_P \equiv M \equiv E$). Raíz de toda la cadena.
A2	Positividad / pared IR	El módulo es estrictamente positivo, $S > 0$; $S = 0$ es inaccesible (energía divergente). Fija $S_{\min} > 0$ (cara inferior de la finitud de A1).
A3	Covarianza causal	Existe un tope de cambio c ; la dinámica es Lorentz-covariante. Emerge del balance (eslabón 3), no se postula como escenario previo.
A4	Regulación UV / rigidez	El campo penaliza la curvatura: término flexural $(\square S)^2$, con el grano ℓ_P . Da el corte ultravioleta $\Lambda = 1/\ell_P$ y la anchura mínima $\sigma_{\min} = \ell_P/\sqrt{20}$.
A5	Simetría U(1)	La acción es invariante bajo $\theta \rightarrow \theta + \alpha$ (la libertad de la fase, eje dinámico de Ψ). Da la corriente de Noether conservada y la carga (cuantizada por topología).
A6	Cota dura / saturación	El módulo está acotado por arriba, $S \leq S_{\max}$, por empaquetamiento máximo de la red. Bloquea singularidades; da el rebote.

La economía es notable: A2 (positividad) es la cara inferior de la finitud de A1; A3 (covarianza) emerge del balance; A5 (U(1)) es la libertad de la fase que Ψ ya tiene. Lo único que ni la finitud ni la conservación entregan —la continuidad y diferenciabilidad del campo, que F1 necesita pues opera con derivadas de Ψ — queda como el axioma técnico genuinamente independiente.

Parámetros primarios y convención. El medio queda caracterizado por dos propiedades sustantivas con dimensiones (ρ_P , ℓ_P) y una estructura causal (c):

$$\rho_P \approx 5,155 \times 10^{96} \text{ kg/m}^3, \quad c \approx 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}, \quad \ell_P \approx 1,616 \times 10^{-35} \text{ m}.$$

Las constantes G y $\hbar$ no son entradas sino consecuencias (§5); la calibración independiente de ρ_P o ℓ_P desde física no gravitacional y no cuántica es cabo abierto (§15). Cálculo sobre valores reales; presentación a cuatro cifras, diferencias relativas a dos.

El Pleno no tiene unidades; las unidades las ponemos nosotros. Conviene leer correctamente las unidades que acompañan a ρ_P , ℓ_P y c arriba. El Pleno *existe* y se *comporta* físicamente, y ese comportamiento admite descripción matemática exacta; pero el medio en sí no posee metros, kilogramos ni segundos. Esas unidades no son propiedades del Pleno: son varas que los humanos fabricamos para medir. Hay que distinguir dos cosas que el lenguaje ordinario confunde. Que un borde *exista* —un tope de densidad, un grano mínimo, una rapidez máxima de cambio— es propiedad del Pleno, ontológica e independiente de toda medición. Que ese borde *valga tal número* no lo es: un número aparece solo al medir, y medir es comparar contra una vara

humana. Por eso el “valor” de ρ_P , ℓ_P o c no informa sobre el Pleno en sí, sino sobre *cuántas varas humanas caben* en el tope correspondiente —es información sobre la relación entre el Pleno y nuestras unidades. En unidades del propio medio ($c = 1$, $\ell_P = 1$) esos números se desvanecen, pero los topes permanecen: la estructura no depende de la vara con que se la mida. La pregunta “¿qué número eligió el Pleno para ρ_P ?” está mal planteada, porque presupone una categoría —el número— que el Pleno no tiene; la pregunta legítima es medir su lectura humana desde una física independiente (cabo C-meta-1.b, §15). Lo que del Pleno *sí* tiene valor propio, sin vara alguna, son las **razones puras** entre sus estructuras ($\gamma_\kappa = 1/40$, $\sqrt{3}\pi$, $S_{\min}^{\text{estr}}$, $\sin^2 \theta_{\text{tet}} = 8/9$), que la geometría diamante produce como números adimensionales: por eso son ellas, y no los valores con unidades, las que el programa deriva con valor intrínseco.

El Lagrangiano del Pleno, **F1** (§2), es el punto de partida dinámico del programa. La red diamante, las razones puras y las constantes fundamentales no son cimientos previos a F1 sino consecuencias suyas: se obtienen al evaluarlo, en las secciones que siguen.

2. El Lagrangiano F1 del Pleno — [DERIVADO]

El Lagrangiano del Pleno se nombra **F1**; su símbolo en las ecuaciones es $\mathcal{L}_{\text{F1}}$. De aplicarle Euler-Lagrange sale la ecuación dinámica del módulo, que se nombra **F2** (= E6). En este compendio se usa “F1” y “F2” como nombres en la prosa, y $\mathcal{L}_{\text{F1}}$ como símbolo en las fórmulas.

El Lagrangiano F1 tiene cuatro términos —cinético, potencial, flexural y pared IR—. Sus coeficientes no son entradas libres: el factor $1/40$ del flexural sale de evaluar F1 sobre la red que el propio medio cristaliza (§3); el $3/8$ de la pared IR, de la cuantización afín de la semirrecta $S \geq 0$ (§2.3); el coeficiente cinético se identifica con $c^4/2G$ una vez derivada G (§5); y $V(S)$ es el potencial tripartito de §4.

2.1. Forma del Lagrangiano y construcción de cada término — [DERIVADO]

El campo fundamental es Ψ (E1). El procedimiento lagrangiano estándar —identificar campo, imponer simetrías, construir términos compatibles, fijar coeficientes— aplicado al Pleno bajo los axiomas A1–A6 produce una única densidad lagrangiana mínima:

$$\mathcal{L}_{\text{F1}} = \frac{1}{2}\rho_P c^2 \ell_P^2 \partial_\mu \Psi^* \partial^\mu \Psi - V(S) - \frac{\rho_P c^2 \ell_P^4}{40} (\Box S)^2 - V_q^{\text{dens}}(S) \quad (\text{E2})$$

Los coeficientes $1/40$ y $3/8$ que aparecen en (E2) se derivan en §3 y §2.3 respectivamente.

Lectura: F1 es el objeto único del que se deriva todo el programa. No tiene parámetros libres —cada coeficiente sale de la geometría del medio—, de modo que toda la física posterior es evaluación suya, no postulado nuevo.

Término cinético. Expandiendo $\Psi = S e^{i\theta}$,

$$\partial_\mu \Psi = (\partial_\mu S) e^{i\theta} + iS(\partial_\mu \theta) e^{i\theta}, \quad \partial_\mu \Psi^* = (\partial_\mu S) e^{-i\theta} - iS(\partial_\mu \theta) e^{-i\theta},$$

de modo que el producto, al cancelarse los términos cruzados imaginarios, es

$$\begin{aligned} \partial_\mu \Psi^* \partial^\mu \Psi &= (\partial_\mu S)(\partial^\mu S) + S^2(\partial_\mu \theta)(\partial^\mu \theta), \\ \mathcal{L}_{\text{cin}} &= \frac{1}{2}\rho_P c^2 \ell_P^2 [(\partial_\mu S)(\partial^\mu S) + S^2(\partial_\mu \theta)(\partial^\mu \theta)]. \end{aligned}$$

La primera contribución es la propagación estructural (modo radial); la segunda, ponderada por S^2 , la del sector gauge inducido. El coeficiente $\rho_P c^2 \ell_P^2$ se identifica con c^4/G (§5.1).

Potencial $-V(S)$. Función exclusiva del módulo (la simetría U(1) prohíbe dependencia en θ). Estructura tripartita $V(S) = W_{\text{bare}} + V_q + V_{\text{topo}}$, desarrollada en §4.

Término flexural. El axioma A4 (regulación ultravioleta) exige penalizar la curvatura del campo; la forma canónica más simple compatible con las simetrías es cuadrática en el d'Alembertiano del módulo, $(\square S)^2$, con $\square S = \partial_\mu \partial^\mu S$. El coeficiente es

$$\gamma_\kappa = \frac{\rho_P c^2 \ell_P^4}{40} = \frac{\hbar c}{40} \approx 7,90 \times 10^{-28} \text{ J} \cdot \text{m}, \quad (\text{E4})$$

con dimensiones $[J \cdot m]$ idénticas a la rigidez EI de Euler-Bernoulli (la segunda igualdad usa $\hbar = \rho_P c \ell_P^4$). El factor $1/40$ se deriva de la geometría de la red en §3; la potencia ℓ_P^4 (frente a ℓ_P^2 del cinético) es la que da dimensiones de densidad de energía a un término con dos derivadas adicionales.

Término de Klauder $-V_q^{\text{dens}}(S)$. Regulación infrarroja (A2): pared cuántica que impide $S \rightarrow 0$. Su origen y coeficiente se desarrollan en §2.3:

$$V_q^{\text{dens}}(S) = \frac{3\hbar^2}{8\rho_P \ell_P^8 S^2} = \frac{3}{8} \frac{\rho_P c^2}{S^2}. \quad (\text{E5})$$

Conclusión — eslabón 4: el Lagrangiano queda fijado

Con la forma del campo heredada del balance, F1 queda escrito: la expresión matemática mínima del Pleno, cuatro términos con función estructural (propagar, sostener configuraciones, regular UV, regular IR) y ningún coeficiente libre —todos contruidos con ρ_P , c , ℓ_P (y $\hbar$ donde corresponde). De F1 se deriva el resto de la fenomenología del Pleno.

2.2. El término flexural sobre el campo completo — [DERIVADO]

La escritura $(\square S)^2$ es notación abreviada de un regulador que actúa sobre Ψ entero, no solo sobre el módulo. Expandiendo $\square \Psi$ alrededor del fondo $\Psi_0 = S_0 e^{i\theta_0}$ y reteniendo el orden cuadrático en las perturbaciones δS , $\delta\theta$:

$$\mathcal{L}_{\text{flex}}^{(2)} = -\frac{\rho_P c^2 \ell_P^4}{40} \left[(\square \delta S)^2 + S_0^2 (\square \delta\theta)^2 \right] + \mathcal{O}(\delta^3). \quad (\text{E4c})$$

El sector de fase hereda el mismo regulador, ponderado por S_0^2 exactamente como el cinético de fase. Ambos provienen del mismo operador de diferencia de enlace de la red ($|\Psi_n - \Psi_m|^2 = (s_n - s_m)^2 + S_0^2 (a_n - a_m)^2$, §3), de donde la misma razón $1/40$ y la misma corrección ultravioleta $(k\ell_P)^2/20$ para fotón y modo TT.

Conclusión

La regulación UV no distingue módulo de fase ni estructura escalar de tensorial, porque es una propiedad del operador de red que el flexural codifica. De aquí que la luz y la onda gravitacional compartan no solo la velocidad c sino también su primera corrección Planckiana $(k\ell_P)^2/20$.

2.3. El potencial cuántico de Klauder y el coeficiente $3/8$ — [DERIVADO]

Como el módulo cumple $S \geq 0$, define una variedad de configuración del tipo semirecta, y la cuantización canónica estándar (operadores sobre toda la recta) no aplica sin patologías. La cuantización correcta es la **afín de Klauder**, que promueve a operadores el módulo $\hat{S}$ y el generador de dilataciones $\hat{D} = (\hat{S}\hat{\Pi} + \hat{\Pi}\hat{S})/2$, con el álgebra afín

$$[\hat{S}, \hat{D}] = i\hbar \hat{S}$$

en lugar de la canónica $[\hat{S}, \hat{\Pi}] = i\hbar$. La diferencia es estructural: el álgebra afín preserva exactamente $S > 0$ a nivel cuántico.

El coeficiente 3/4 (resultado de Klauder, importado). Sobre la semirrecta con la medida invariante dS/S , el ordenamiento de Weyl simetrizado produce, para el operador cinético reexpresado en variables afines, el término

$$\frac{\hat{\Pi}^2}{2m_{\text{eff}}} = \frac{1}{2m_{\text{eff}}\hat{S}^2} \left(\hat{D}^2 + \frac{3\hbar^2}{4} \right),$$

de modo que el Hamiltoniano actúa sobre $\psi(S)$ como

$$\hat{H}_K \psi = -\frac{\hbar^2}{2m_{\text{eff}}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial S^2} + \frac{3\hbar^2}{8m_{\text{eff}}S^2} \psi, \quad m_{\text{eff}} = \rho_P \ell_P^2.$$

El coeficiente 3/4 del término $\hbar^2/S^2$ es el resultado estándar de la cuantización afín de Klauder (2000) para una variable sobre la semirrecta con medida dS/S ; depende crucialmente de esa medida, no de la de Lebesgue. PIU- Ψ *importa* este teorema bajo sus reglas de uso de herramientas matemáticas, en lugar de rederivarlo. El factor $3/8 = 3/4 \times 1/2$ combina ese 3/4 con el factor cinético 1/2.

Densidad de energía. Convertido a densidad de energía para entrar en el Lagrangiano (factor de volumen de celda ℓ_P^{-3} y factor cinético):

$$V_q^{\text{dens}}(S) = \frac{3\hbar^2}{8\rho_P \ell_P^8 S^2} = \frac{3}{8} \frac{\rho_P c^2}{S^2}, \quad (\text{E5})$$

usando $\hbar = \rho_P c \ell_P^4$. Diverge en $S \rightarrow 0$.

Inaccesibilidad cuantitativa de $S = 0$. El coste energético de llevar el medio del Pleno-suelo $S_{\text{min}}^{\text{estr}} \approx 0,7231$ a $S = \epsilon$ es

$$\Delta E(\epsilon) = \frac{3}{8} \rho_P c^2 \left(\frac{1}{\epsilon^2} - \frac{1}{(S_{\text{min}}^{\text{estr}})^2} \right) \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} +\infty.$$

Conclusión

El primero de los dos coeficientes de F1 queda fijado: la pared IR impide que el medio se “apague”, pues $S \rightarrow 0$ cuesta energía infinita —no es una condición puesta a mano. El 3/8 es un resultado *importado* de Klauder, no una derivación interna; entra en F1 sin recalibración, pues una vez fijada la medida afín el coeficiente es unívoco.

2.4. Verificación dimensional de los cuatro términos — [DERIVADO]

Con $[\rho_P] = kg/m^3$, $[c] = m/s$, $[\ell_P] = m$, $[\hbar] = J \cdot s$, S, θ adimensionales, $[\partial_\mu] = 1/m$, $[\square] = 1/m^2$:

$$\begin{aligned} [\mathcal{L}_{\text{cin}}] &= \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m^2}{s^2} \cdot m^2 \cdot \frac{1}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2} = \frac{J}{m^3} \checkmark \\ [\mathcal{L}_{\text{flex}}] &= \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m^2}{s^2} \cdot m^4 \cdot \frac{1}{m^4} = \frac{J}{m^3} \checkmark, \quad [\gamma_\kappa] = \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m^2}{s^2} \cdot m^4 = \frac{kg \cdot m^3}{s^2} = J \cdot m \checkmark \\ [\mathcal{L}_q] &= \frac{(J \cdot s)^2}{(kg/m^3) m^8} = \frac{(kg \cdot m^2/s^2)^2 s^2}{kg \cdot m^5} = \frac{kg}{m \cdot s^2} = \frac{J}{m^3} \checkmark \end{aligned}$$

La acción $\mathcal{S} = \int \mathcal{L}_{\text{F1}} dt d^3x$ tiene dimensiones $[J/m^3] \cdot [s \cdot m^3] = [J \cdot s]$, idénticas a $\hbar$, condición necesaria para que $\mathcal{S}/\hbar$ sea adimensional.

Conclusión

Los cuatro términos comparten la dimensión de densidad de energía con los mismos tres primarios. La consistencia no es trivial —obliga a que el flexural lleve ℓ_P^4 y la pared IR ℓ_P^8 , sin libertad. F1 está dimensionalmente blindado.

2.5. Ecuaciones dinámicas: Euler-Lagrange sobre F1 — [DERIVADO]

Como F1 contiene $(\square S)^2$ (segundas derivadas), las ecuaciones de Euler-Lagrange llevan el término de tercer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} + \partial_\mu \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \partial_\nu \phi)} = 0.$$

Ecuación del módulo (F2). Las derivadas parciales de F1 respecto a S :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_{F1}}{\partial S} &= \rho_P c^2 \ell_P^2 S (\partial_\mu \theta) (\partial^\mu \theta) - V'(S) - V'_q(S), \\ \frac{\partial \mathcal{L}_{F1}}{\partial (\partial_\mu S)} &= \rho_P c^2 \ell_P^2 \partial^\mu S, \quad \frac{\partial \mathcal{L}_{F1}}{\partial (\partial_\mu \partial_\nu S)} = -\frac{\rho_P c^2 \ell_P^4}{20} (\square S) \eta^{\mu\nu}, \end{aligned}$$

donde el $1/20$ aparece al derivar $(\square S)^2/40$ respecto a $\square S$ (factor 2). Sustituyendo y agrupando:

$$\boxed{\rho_P c^2 \ell_P^2 [\square S - S (\partial_\mu \theta) (\partial^\mu \theta)] - \frac{\rho_P c^2 \ell_P^4}{20} \square (\square S) + V'(S) + V'_q(S) = 0} \quad (\text{E6})$$

Ecuación primordial F2: diferencial de cuarto orden (por $\square(\square S)$), con términos cinético, gauge inducido, potencial y pared IR.

Ecuación de la fase. Como F1 no depende explícitamente de θ (simetría U(1)), $\partial \mathcal{L} / \partial \theta = 0$, y con el término flexural de fase de (E4c):

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{F1}}{\partial (\partial_\mu \theta)} = \rho_P c^2 \ell_P^2 S^2 \partial^\mu \theta, \quad \frac{\partial \mathcal{L}_{F1}}{\partial (\partial_\mu \partial_\nu \theta)} = -\frac{\rho_P c^2 \ell_P^4}{20} S^2 (\square \theta) \eta^{\mu\nu}.$$

La ecuación de Euler-Lagrange da, factorizando $\rho_P c^2 \ell_P^2 = c^4/G$:

$$\boxed{\partial_\mu (S^2 \partial^\mu \theta) - \frac{\ell_P^2}{20} \square (S^2 \square \theta) = 0} \quad (\text{E7})$$

La corriente de Noether U(1) asociada es

$$J^\mu = \rho_P c^2 \ell_P^2 S^2 \left[\partial^\mu \theta + \frac{\ell_P^2}{20} \partial^\mu (\square \theta) \right], \quad \partial_\mu J^\mu = 0 \text{ (exacto sobre las soluciones)}. \quad (\text{E7c})$$

En el fondo $S = S_{\min}^{\text{estr}}$ constante, (E7) se reduce a

$$\square \theta - \frac{\ell_P^2}{20} \square^2 \theta = 0,$$

con rama infrarroja física $\square \theta = 0$ (propagación luminal, bosón de Goldstone de U(1)) y rama ultravioleta $\square \theta = 20/\ell_P^2$ (polo de Lee-Wick). Sobre la rama física sin masa el término flexural de la corriente se anula y J^μ se reduce a la corriente estándar $\rho_P c^2 \ell_P^2 S^2 \partial^\mu \theta$, identificable con la corriente eléctrica (§9).

Conclusión — eslabón 4 cerrado: la dinámica de F1

Variando F1 se obtiene toda la dinámica del programa, reducida a dos ecuaciones acopladas: F2 (cuarto orden, módulo) y la continuidad U(1) (fase). El cuarto orden no es defecto: es la regulación ultravioleta hecha ecuación, con el polo de Lee-Wick por huella.

3. La red diamante: primera evaluación de F1 — [DERIVADO]

En el régimen saturado, el término flexural $(\square S)^2$ de F1 penaliza la curvatura del campo; la configuración que lo minimiza con coordinación isótropa máxima es la red diamante $Fd\bar{3}m$ ($Z = 4$, isostática por conteo de Maxwell). Evaluar el laplaciano de F1 sobre esa red produce las dos razones puras del medio —el Pleno-suelo $S_{\min}^{\text{estr}}$ y el coeficiente flexural $1/40$ —, que el Lagrangiano (E2) llevaba escritas sin derivar.

Por qué la red diamante. La elección no es estipulación: cuatro criterios físicos independientes, cada uno consecuencia de un axioma, convergen sobre la misma estructura. (i) *Coordinación mínima estable* (A_4). El término $(\square S)^2$ penaliza la curvatura; la red que minimiza la energía flexural sujeta a estabilidad mecánica en 3D es la de *coordinación más baja que sigue siendo rígida*. Por conteo de Maxwell, una coordinación menor deja modos blandos (medio inestable) y una mayor sobre-restringe y penaliza energéticamente; el óptimo es $Z = 4$. (ii) *Isotropía máxima*. Entre las redes con $Z = 4$, la coordinación *tetraédrica* ($109,47^\circ$) es la única que reparte los cuatro enlaces de forma perfectamente isótropa, $\sum_i \delta_i = 0$ y $\sum_i \delta_i^a \delta_i^b = \frac{4}{3} \ell_P^2 \delta^{ab}$ (las dos identidades de abajo): el tensor de segundo momento es proporcional a la identidad, sin direcciones privilegiadas, como exige la covarianza emergente (A_3). (iii) *Bipartición* (A_5). La red diamante es bipartita (sub-redes A/B), lo que admite la coloración $\mathbb{Z}_2$ de la que cuelgan la fase U(1) y, más arriba, el sector gauge; una red no bipartita no soportaría esta estructura. (iv) *Cuantización de espín* (*Finkelstein-Rubinstein*). La topología de la red diamante fija $\chi_{FR} = -1$ para los solitones de materia, esto es, estadística fermiónica, sin postularla.

La geometría de la red es derivada en sus dos piezas, la *coordinación* (D1-a) y el *apilamiento* (D1-b):

D1-a (coordinación tetraédrica). La coordinación tetraédrica $Z = 4$ es la única disposición de cuatro primeros vecinos en 3D compatible con A_1 , y esto se **demuestra**, no solo se verifica numéricamente. Sean $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_4$ los vectores unitarios de enlace. La ausencia de momento dipolar de la coordinación (todo nodo de una red con centro de inversión) da $\sum_i \mathbf{v}_i = 0$, de donde

$$0 = \left| \sum_i \mathbf{v}_i \right|^2 = \sum_i |\mathbf{v}_i|^2 + 2 \sum_{i < j} \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j = 4 + 2 \sum_{i < j} \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j \Rightarrow \sum_{i < j} \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j = -2. \quad (\text{E13-tet2})$$

La isotropía de segundo orden, $\sum_i v_i^a v_i^b = \frac{4}{3} \delta^{ab}$, fuerza que los seis productos escalares sean iguales; con suma -2 , cada uno vale $-1/3$, es decir $\cos \theta_{ij} = -\frac{1}{3}$ para todo par, el ángulo tetraédrico $\theta = \arccos(-\frac{1}{3}) = 109,47^\circ$. Un conjunto de cuatro puntos en S^2 con matriz de segundo momento isótropa es un 2-diseño esférico, único salvo rotación: el tetraedro regular (Delsarte-Goethals-Seidel 1977). La optimización numérica directa (100 % de las semillas converge al tetraedro, costo residual $\sim 10^{-12}$) confirma este resultado cerrado, no lo sustituye. [DERIVADO] (condicional solo a la clase de redes de Bravais con base de coordinación centrosimétrica).

D1-b (apilamiento). Dada la coordinación tetraédrica $Z = 4$, el apilamiento diamante (cúbico $Fd\bar{3}m$) es el único frente a la wurtzita (hexagonal $P6_3mc$) y a toda politipía tetraédrica con eje de apilamiento distinguido. La demostración (subsección siguiente) es el mínimo del funcional flexural isótropo de F1: la anisotropía uniáxica de cuarto orden de la modulación vale 0 para la cúbica y $4/81$ (exacta, irreducible, anclada al invariante $1/40$ de γ_κ) para la hexagonal, de coste flexural estrictamente positivo. El Pleno, medio continuo que relaja al mínimo del funcional flexural, se estabiliza en la única modulación que no concentra curvatura: el apilamiento cúbico.

[DERIVADO]. La geometría de la red es derivada en sus dos piezas: la red diamante es la configuración del Pleno saturado sin residuo de elección.

3.1. Geometría de la red y vectores de enlace — [DERIVADO]

Red diamante $Fd\bar{3}m$ bipartita (sub-redes A, B), coordinación $Z = 4$. Vectores a primeros vecinos desde un nodo de A:

$$\delta_1 = \frac{\ell_P}{\sqrt{3}}(1, 1, 1), \quad \delta_2 = \frac{\ell_P}{\sqrt{3}}(1, -1, -1), \quad \delta_3 = \frac{\ell_P}{\sqrt{3}}(-1, 1, -1), \quad \delta_4 = \frac{\ell_P}{\sqrt{3}}(-1, -1, 1).$$

Dos identidades exactas (verificadas simbólicamente):

$$\sum_{i=1}^4 \delta_i = 0, \quad \sum_{i=1}^4 \delta_i^a \delta_i^b = \frac{4\ell_P^2}{3} \delta^{ab}.$$

Factor de estructura $f(\mathbf{k}) = \sum_{i=1}^4 e^{i\mathbf{k} \cdot \delta_i}$; el Hamiltoniano de red es la matriz 2×2 sobre la bipartición con autovalores $\epsilon_{\pm} = \pm K_{\text{cin}} |f(\mathbf{k})|$.

Bipartición. Las sub-redes A y B son cada una FCC; B está desplazada de A por $\delta_0 = (a_{\text{diamond}}/4)(1, 1, 1)$ con $a_{\text{diamond}} = 4\ell_P/\sqrt{3}$, y todo enlace conecta A con B. Esta bipartición es la coloración $\mathbb{Z}_2$ que el axioma A5 realiza como condensación de la fase θ , y de ella cuelga el sector gauge (§9).

Zona de Brillouin. La BZ de la red diamante es el octaedro truncado, con puntos de alta simetría Γ, X, L, W, K, U . En el punto L se verifica $|f(L)|^2 = 2$, manifestación geométrica del invariante $\sqrt{2}$ de la familia Kepler-Hales que reaparece en la cota dura $S_{\text{máx, geom}}^2 = 8\sqrt{6}/9$ (§4.3).

Evasión del teorema de Nielsen-Ninomiya. El teorema de Nielsen-Ninomiya (1981) establece que un campo fermiónico definido sobre una red discreta hipercúbica regular produce inevitablemente “dobletes” no físicos (*doubling problem*). En PIU- Ψ esta obstrucción no aplica: los fermiones del programa no son campos puntuales definidos sobre sitios de la red, sino **modos solitónicos topológicos** —skyrmiones sobre la sub-red bipartita A/B con $Z = 4$ (§10)—, de modo que el doubling problem es ortogonal a la formulación.

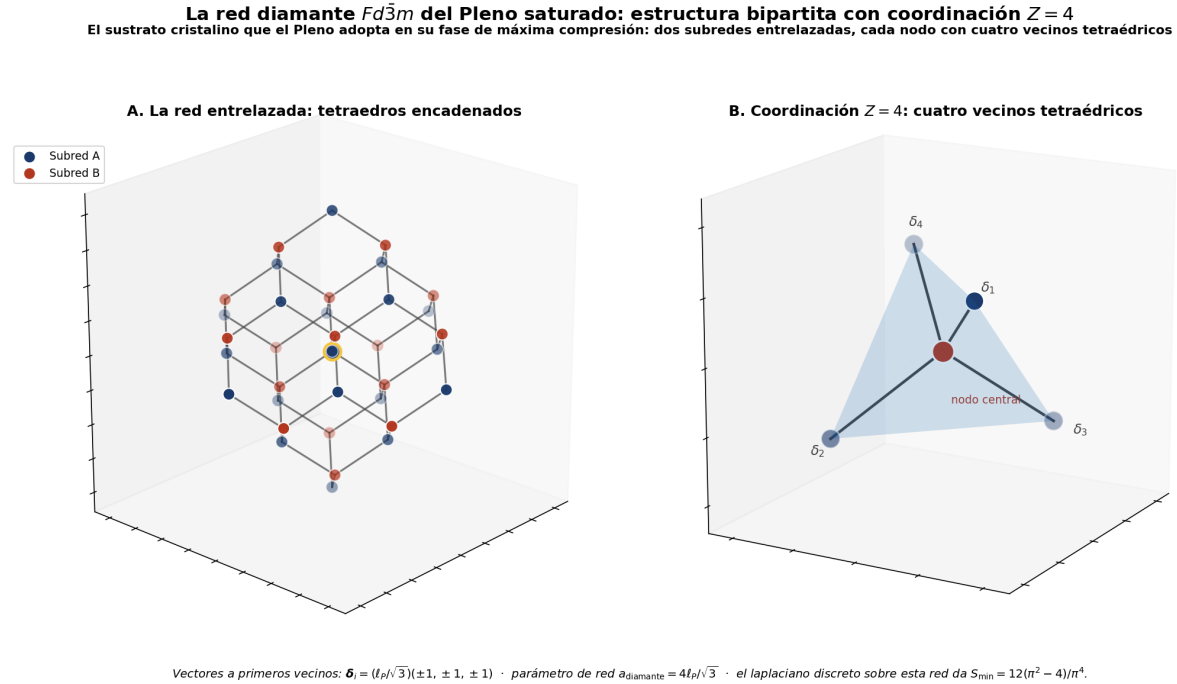


Figura 1: La red diamante $Fd\bar{3}m$ y la coordinación tetraédrica $Z = 4$. Los cuatro vectores a primeros vecinos δ_i son la base geométrica de todo el bloque: de $\sum_i \delta_i = 0$ y $\sum_i \delta_i^a \delta_i^b = \frac{4\ell_P^2}{3} \delta^{ab}$ se siguen el laplaciano discreto (E13), el promedio de la zona de Brillouin y el factor de forma $S_{\text{mín}}^{\text{estr}} = 12(\pi^2 - 4)/\pi^4$.

3.2. Relación laplaciano discreto / continuo — [DERIVADO]

Expandiendo f a bajo $\mathbf{k}$ con $\sum_i \delta_i = 0$ y $\sum_i (\mathbf{k} \cdot \delta_i)^2 = (4\ell_P^2/3)k^2$:

$$f(\mathbf{k}) \approx 4 - \frac{2\ell_P^2}{3}k^2, \quad |f(\mathbf{k})|^2 \approx 16 - \frac{16\ell_P^2}{3}k^2.$$

Definiendo el laplaciano discreto $D_{\text{lat}}(\mathbf{k}) \equiv 16 - |f(\mathbf{k})|^2$, con $D_{\text{lat}}(0) = 0$ y $D_{\text{lat}} \approx \frac{16}{3}(k\ell_P)^2$, la inversión a bajo $\mathbf{k}$ ($\nabla^2 \leftrightarrow -k^2$) da

$$\boxed{\nabla^2 \longleftrightarrow -\frac{3}{16\ell_P^2} D_{\text{lat}}} \quad (\text{E13})$$

El factor $16/3$ es unívoco: $16 = Z^2$ (cuadrado de la coordinación) y 3 de las tres dimensiones del promedio.

3.3. Promedio espectral sobre la zona de Brillouin y $S_{\text{mín}}^{\text{estr}}$ — [DERIVADO]

Este es el paso que cierra la vía espectral de $S_{\text{mín}}^{\text{estr}}$. Partiendo de

$$|f(\mathbf{k})|^2 = 4 + 2 \sum_{i < j} \cos [\mathbf{k} \cdot (\delta_i - \delta_j)],$$

cada diferencia $\delta_i - \delta_j$ tiene, en coordenadas de arista cúbica a , exactamente dos componentes no nulas de magnitud $a/2$ (las seis diferencias son permutaciones de $(0, \pm a/2, \pm a/2)$). El promedio de cada coseno sobre la celda recíproca cúbica $[-\pi/a, \pi/a]^3$ factoriza:

$$\langle \cos [\mathbf{k} \cdot (\delta_i - \delta_j)] \rangle = \left(\frac{1}{2\pi/a} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \cos \frac{ak}{2} dk \right)^2 = \left(\frac{\sin(\pi/2)}{\pi/2} \right)^2 = \left(\frac{2}{\pi} \right)^2.$$

Verificación simbólica explícita (sympy, integral de las seis diferencias): cada par da $4/\pi^2$ y la suma de los seis pares es $24/\pi^2$. Por tanto el numerador del factor de forma es

$$\langle |f|^2 \rangle_{\text{BZ}} = 4 + 2 \cdot 6 \cdot \frac{4}{\pi^2} = 4 + \frac{48}{\pi^2}, \quad \langle D_{\text{lat}} \rangle_{\text{BZ}} = 16 - \langle |f|^2 \rangle_{\text{BZ}} = 12 - \frac{48}{\pi^2} = 7,1366.$$

El denominador: promedio de la parábola tangente. El factor de forma compara el laplaciano *real* de la banda con el que tendría un medio continuo ideal, esto es, con la parábola tangente a D_{lat} en $k \rightarrow 0$. De la expansión de bajo $\mathbf{k}$ (E13), esa parábola es $D_{\text{lat}}^{\text{par}}(\mathbf{k}) = \frac{16}{3}\ell_P^2 k^2$. En coordenadas de arista cúbica a , con la relación geométrica $|\delta_i| = \ell_P$ que da $a = 4\ell_P/\sqrt{3}$ (es decir $\ell_P^2 = 3a^2/16$), la parábola es simplemente $D_{\text{lat}}^{\text{par}} = a^2 k^2 = a^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$. Su promedio sobre la misma celda recíproca cúbica $[-\pi/a, \pi/a]^3$, usando $\langle k_i^2 \rangle = \frac{1}{2\pi/a} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} k_i^2 dk_i = \frac{\pi^2}{3a^2}$ por cada componente, es

$$\langle D_{\text{lat}}^{\text{par}} \rangle_{\text{BZ}} = a^2 \cdot 3 \cdot \frac{\pi^2}{3a^2} = \pi^2 \quad (\text{verificado simbólicamente}).$$

El factor a^2 se cancela: el resultado es la razón pura π^2 , sin escala.

Cierre. El factor de forma espectral de la banda es el cociente del laplaciano real al de la parábola tangente:

$$\frac{\langle D_{\text{lat}} \rangle_{\text{BZ}}}{\langle D_{\text{lat}}^{\text{par}} \rangle_{\text{BZ}}} = \frac{12 - 48/\pi^2}{\pi^2} = \frac{12\pi^2 - 48}{\pi^4} = \frac{12(\pi^2 - 4)}{\pi^4} = 0,7230871 = S_{\text{mín}}^{\text{estr}}, \quad (3.1)$$

coincidente con la vía dinámica. El π^4 del denominador es π^2 (del promedio de la parábola) por el π^2 que ya traía $\langle D_{\text{lat}} \rangle$ al ponerla sobre denominador común. La *ocupación* es su cuadrado, $S_{\text{mín}}^{2,\text{estr}} = 0,5229$.

3.4. El coeficiente flexural 1/40 — [DERIVADO]

Expandiendo $|f(\mathbf{k})|^2$ a cuarto orden:

$$|f(\mathbf{k})|^2 = 16 - \frac{16}{3}\ell_P^2 k^2 + \frac{16}{27}\ell_P^4 \left(\sum_i k_i^4 + 3 \sum_{i<j} k_i^2 k_j^2 \right) + \mathcal{O}(k^6).$$

Promediando angularmente sobre $SO(3)$ con $\langle k_i^4 \rangle = k^4/5$ y $\langle k_i^2 k_j^2 \rangle = k^4/15$ (de donde $\langle \sum_i k_i^4 \rangle = 3k^4/5$ y $\langle \sum_{i<j} k_i^2 k_j^2 \rangle = k^4/5$):

$$\langle |f|^2 \rangle_{\text{ang}} = 16 - \frac{16}{3}\ell_P^2 k^2 + \frac{32}{45}\ell_P^4 k^4 + \mathcal{O}(k^6).$$

En $D_{\text{lat}} = 16 - |f|^2$ el término cinético tiene coeficiente $\frac{16}{3}\ell_P^2$ y el de cuarta derivada $\frac{32}{45}\ell_P^4$. El peso relativo del flexural respecto al cuadrado del cinético es

$$\boxed{\frac{|\text{coef}_{k^4}|}{(\text{coef}_{k^2})^2} = \frac{32\ell_P^4/45}{(16\ell_P^2/3)^2} = \frac{32/45}{256/9} = \frac{1}{40}} \quad (3.2)$$

Verificación simbólica (sympy): el cómputo de la expansión a cuarto orden y el promedio angular dan exactamente $\text{coef}_{k^4}/(\text{coef}_{k^2})^2 = -1/40$; el signo negativo es la convención $D_{\text{lat}} = 16 - |f|^2$ (la banda real crece más despacio que su parábola tangente), y la magnitud relativa que define la rigidez flexural es 1/40. El mismo operador de red actúa sobre módulo y fase:

$$|\Psi_n - \Psi_m|^2 = (s_n - s_m)^2 + S_0^2(a_n - a_m)^2,$$

de modo que fotón y modo TT comparten la corrección UV $(k\ell_P)^2/20$, sin que la estructura escalar o tensorial de la polarización altere el coeficiente.

Conclusión — eslabón 5: F1 entrega su primer número

Al evaluar el flexural de F1, el medio cristaliza en la red diamante, y de ella sale el segundo coeficiente que F1 llevaba pendiente: el 1/40 —la razón, fijada por la geometría tetraédrica y el promedio isótropo, entre la curvatura de cuarto orden de la banda y el cuadrado del cinético, no un ajuste. El mismo cómputo entrega, por dos vías (promedio de banda y expansión de Taylor), el factor de forma $0,7231 = S_{\text{mín}}$.

3.5. Unicidad del apilamiento: el discriminante flexural uniáxico (D1-b) — [DERIVADO]

El coeficiente 1/40 depende de la coordinación tetraédrica $Z = 4$, pero no distingue el apilamiento cúbico (diamante $Fd\bar{3}m$) del hexagonal (wurtzita $P6_3mc$): ambas estructuras son tetraédricas a primeros vecinos, tienen primera y segunda capa de coordinación idénticas (cuatro primeros vecinos, doce segundos), y divergen por primera vez en la tercera capa. El discriminante del apilamiento es la *anisotropía uniáxica* del coeficiente flexural de cuarto orden, que el promedio isótropo $SO(3)$ borra y que aquí se evalúa sin promediar.

Sea $|f(\mathbf{k})|^2 = |\sum_i e^{i\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\delta}_i}|^2$ el factor de estructura de la modulación, con $\boldsymbol{\delta}_i$ los cuatro vectores tetraédricos. Su expansión a cuarto orden define el tensor flexural $T_{abcd} = \partial^4 |f|^2 / \partial k_a \partial k_b \partial k_c \partial k_d |_{\mathbf{k}=0}$, y el discriminante uniáxico es la diferencia entre el coeficiente del eje de apilamiento y el de un eje basal:

$$\Delta_{\text{uni}} \equiv \text{coef}(k_z^4) - \text{coef}(k_x^4). \quad (3.3)$$

Apilamiento cúbico (diamante 3C). Con los cuatro vectores de producto de signos par $\boldsymbol{\delta}_i = \frac{1}{\sqrt{3}}(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$, la expansión a cuarto orden da

$$\text{coef}(k_x^4) = \text{coef}(k_y^4) = \text{coef}(k_z^4) = \frac{16}{27}, \quad \text{coef}(k_a^2 k_b^2) = \frac{16}{9} \quad (a \neq b),$$

de donde

$$\Delta_{\text{uni}}^{\text{cúbico}} = \frac{16}{27} - \frac{16}{27} = 0 \quad (3.4)$$

El coeficiente flexural de cuarto orden es exactamente isótropo: el operador $(\square S)^2$ no privilegia ninguna dirección.

Apilamiento hexagonal (wurtzita 2H). Con la coordinación orientada de modo que un enlace coincida con el eje de apilamiento c (configuración eclipsada de la secuencia $ABAB$), la misma expansión da

$$\text{coef}(k_z^4) = \frac{64}{81}, \quad \text{coef}(k_x^4) = \text{coef}(k_y^4) = \frac{20}{27} = \frac{60}{81},$$

de donde

$$\Delta_{\text{uni}}^{\text{hexagonal}} = \frac{64}{81} - \frac{60}{81} = \frac{4}{81} \neq 0 \quad (3.5)$$

La modulación hexagonal porta una anisotropía uniáxica irreducible de magnitud exacta $4/81 \approx 0,04938$ a lo largo del eje de apilamiento.

Verificación simbólica (sympy): el valor $4/81$ es invariante bajo rotación azimutal de la base tetraédrica hexagonal; evaluado para $\phi_0 = 0$ y $\phi_0 = 0,7$ rad da idéntico $\Delta_{\text{uni}} = 0,0493827\dots$, de modo que no es artefacto de la parametrización sino propiedad estructural de la simetría hexagonal frente a la cúbica.

Anclaje al coeficiente $1/40$. El mismo factor de estructura del que sale el discriminante, promediado angularmente sobre $SO(3)$ con $\langle k_i^4 \rangle = k^4/5$ y $\langle k_i^2 k_j^2 \rangle = k^4/15$, reproduce el coeficiente flexural derivado arriba:

$$\langle \text{coef}_{k^4} \rangle = \frac{16}{27} \left(\frac{3}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5} \right) = \frac{16}{27} \cdot \frac{6}{5} = \frac{32}{45}, \quad \frac{\text{coef}_{k^4}}{(\text{coef}_{k^2})^2} = \frac{32/45}{(16/3)^2} = \frac{1}{40}.$$

El discriminante de D1-b es el cuarto orden —resuelto en su parte uniáxica— del mismo factor de estructura de banda cuya parte isótropa fija $\gamma_\kappa = \hbar c/40$.

La energía flexural de F1, $\mathcal{E}_{\text{flex}} = \frac{\gamma_\kappa}{2} \langle (\square S)^2 \rangle$ con $\langle (\square S)^2 \rangle = \sum_{\mathbf{G}} |\mathbf{G}|^4 |S_{\mathbf{G}}|^2$, penaliza la curvatura de cualquier modulación uniáxica con coste estrictamente positivo. El Pleno, medio continuo que relaja al mínimo del funcional flexural isótropo, se estabiliza en la única modulación con $\Delta_{\text{uni}} = 0$: el apilamiento cúbico.

Conclusión — la geometría de la red, derivada en sus dos piezas

La coordinación tetraédrica $Z = 4$ es necesidad de A1+Maxwell, con unicidad demostrada por 2-diseño esférico (D1-a, [DERIVADO]). El apilamiento cúbico $Fd\bar{3}m$ es el mínimo del funcional flexural isótropo: anisotropía uniáxica de cuarto orden 0 para la cúbica y $4/81$ exacta e irreducible para la hexagonal, anclada al mismo invariante $1/40$ que fija γ_κ (D1-b, [DERIVADO]). La red diamante es la configuración del Pleno saturado sin residuo de elección.

Conclusión — qué significa físicamente

El espacio vacío es un sólido elástico continuo, y su estructura microscópica no es un postulado sino lo que ese sólido *hace* al saturarse: como cualquier material real que cristaliza, el Pleno adopta la disposición que minimiza su energía de flexión. Un sólido cuya rigidez de curvatura (γ_κ) no privilegia ninguna dirección no puede estabilizar una estructura que concentre curvatura en un eje; por eso elige el apilamiento cúbico —curvatura repartida por igual— y rechaza el hexagonal, que cargaría una anisotropía de flexión $4/81$. Es el mismo principio físico por el que el carbono, bajo presión isótropa, forma diamante cúbico y no una fase uniáxica. El “vacío” tiene, pues, una microestructura cristalina determinada por su propia elasticidad, y los cuatro vecinos a $109,47^\circ$ son la geometría que un medio continuo

isótopo escoge inevitablemente al llenarse hasta el tope.

4. El potencial efectivo y las configuraciones canónicas

4.1. Estructura tripartita y la derivación de E_0 — [DERIVADO]

$$V(S) = W_{\text{bare}}(S) + V_q(S) + V_{\text{topo}}(S), \quad (4.1)$$

$$W_{\text{bare}} = \frac{E_0}{2} \frac{S^4}{(S_{\text{máx}}^2 - S^2)^2} \text{ (Gent)}, \quad V_q = \frac{3}{8} \frac{\rho_P c^2}{S^2} \text{ (IR)}, \quad V_{\text{topo}} = -\frac{\rho_P c^2}{2} \ln\left(1 - \frac{S^2}{S_{\text{máx,geom}}^2}\right) \text{ (UV)}.$$

El medio opera en $S \in (0, S_{\text{máx,geom}})$ con ambas paredes inaccesibles.

Derivación de E_0 por la condición de mínimo. Trabajando con S adimensional y V en unidades de $\rho_P c^2$, se deriva cada término respecto a S . El de Gent, por la regla del cociente sobre $S^4/(S_{\text{máx}}^2 - S^2)^2$:

$$W'_{\text{bare}} = \frac{E_0}{2} \frac{4S^3(S_{\text{máx}}^2 - S^2)^2 + S^4 \cdot 2(S_{\text{máx}}^2 - S^2) \cdot 2S}{(S_{\text{máx}}^2 - S^2)^4} = \frac{2E_0 S_{\text{máx}}^2 S^3}{(S_{\text{máx}}^2 - S^2)^3},$$

donde el numerador se factoriza usando $4S^3(S_{\text{máx}}^2 - S^2) + 4S^5 = 4S^3 S_{\text{máx}}^2$. Los otros dos son directos, $\frac{d}{dS}(S^{-2}) = -2S^{-3}$ y $\frac{d}{dS}[-\frac{1}{2} \ln(1 - S^2/S_{\text{máx}}^2)] = \frac{S}{S_{\text{máx}}^2 - S^2}$:

$$W'_{\text{bare}} = \frac{2E_0 S_{\text{máx}}^2 S^3}{(S_{\text{máx}}^2 - S^2)^3}, \quad V'_q = -\frac{3}{4} \frac{1}{S^3}, \quad V'_{\text{topo}} = \frac{S}{S_{\text{máx,geom}}^2 - S^2}.$$

La condición de mínimo $V'(S) = W'_{\text{bare}} + V'_q + V'_{\text{topo}} = 0$ es, escrita explícitamente,

$$\frac{2E_0 S_{\text{máx}}^2 S^3}{(S_{\text{máx}}^2 - S^2)^3} - \frac{3}{4S^3} + \frac{S}{S_{\text{máx}}^2 - S^2} = 0.$$

Como E_0 entra linealmente, se aísla pasando los otros dos términos al lado derecho y despejando:

$$\frac{2E_0 S_{\text{máx}}^2 S^3}{(S_{\text{máx}}^2 - S^2)^3} = \frac{3}{4S^3} - \frac{S}{S_{\text{máx}}^2 - S^2} \implies E_0 = \frac{(S_{\text{máx}}^2 - S^2)^3}{2S_{\text{máx}}^2 S^3} \left(\frac{3}{4S^3} - \frac{S}{S_{\text{máx}}^2 - S^2} \right) \Big|_{S=S_{\text{mín}}^{\text{estr}}}.$$

Recombinando sobre denominador común, la forma cerrada equivalente es

$$E_0 = \frac{(S_{\text{máx}}^2 - S^2)^2 (3S_{\text{máx}}^2 - 3S^2 - 4S^4)}{8 S_{\text{máx}}^2 S^6} \Big|_{S=S_{\text{mín}}^{\text{estr}}},$$

con $S_{\text{mín}}^{\text{estr}} = 12(\pi^2 - 4)/\pi^4$ y $S_{\text{máx}}^2 = S_{\text{máx,geom}}^2 = (8/3)\sqrt{2/3}$: una sola ecuación algebraica con E_0 como única incógnita.

Verificación simbólica/numérica (sympy): $E_0 = 4,2546 \rho_P c^2$. Con ese valor, la resolución numérica de $V'(S) = 0$ da el mínimo dinámico $S_{\text{eq}} = 0,7230871$, coincidente con la forma cerrada $12(\pi^2 - 4)/\pi^4 = 0,7230871$ a ocho cifras.

Curvaturas en el mínimo (verificadas simbólicamente, sympy). Las tres derivadas del potencial en $S_{\text{mín}}^{\text{estr}}$, que el límite de Gross-Pitaevskii (§8.4, E24-bis) usa para el acoplamiento g_{eff} , son

$$\frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial S^2} \Big|_{S_{\text{mín}}^{\text{estr}}} = 19,69 \rho_P c^2 \equiv \xi \rho_P c^2, \quad \frac{\partial^3 V_{\text{eff}}}{\partial S^3} \Big|_{S_{\text{mín}}^{\text{estr}}} = 27,92 \rho_P c^2, \quad \frac{\partial^4 V_{\text{eff}}}{\partial S^4} \Big|_{S_{\text{mín}}^{\text{estr}}} = 855,6 \rho_P c^2.$$

La segunda y la cuarta son positivas: $S_{\min}^{\text{estr}}$ es mínimo estable y el acoplamiento cuártico efectivo es repulsivo. La tercera (no nula) es la que alimenta la renormalización cúbica del factor 5/3 en g_{eff} .

El potencial efectivo del Pleno $V_{\text{eff}}(S)$: pared IR, pozo del Pleno-suelo y pared de Gent
El objeto central de PIU- Ψ : tres componentes estructurales fijan el estado fundamental del medio

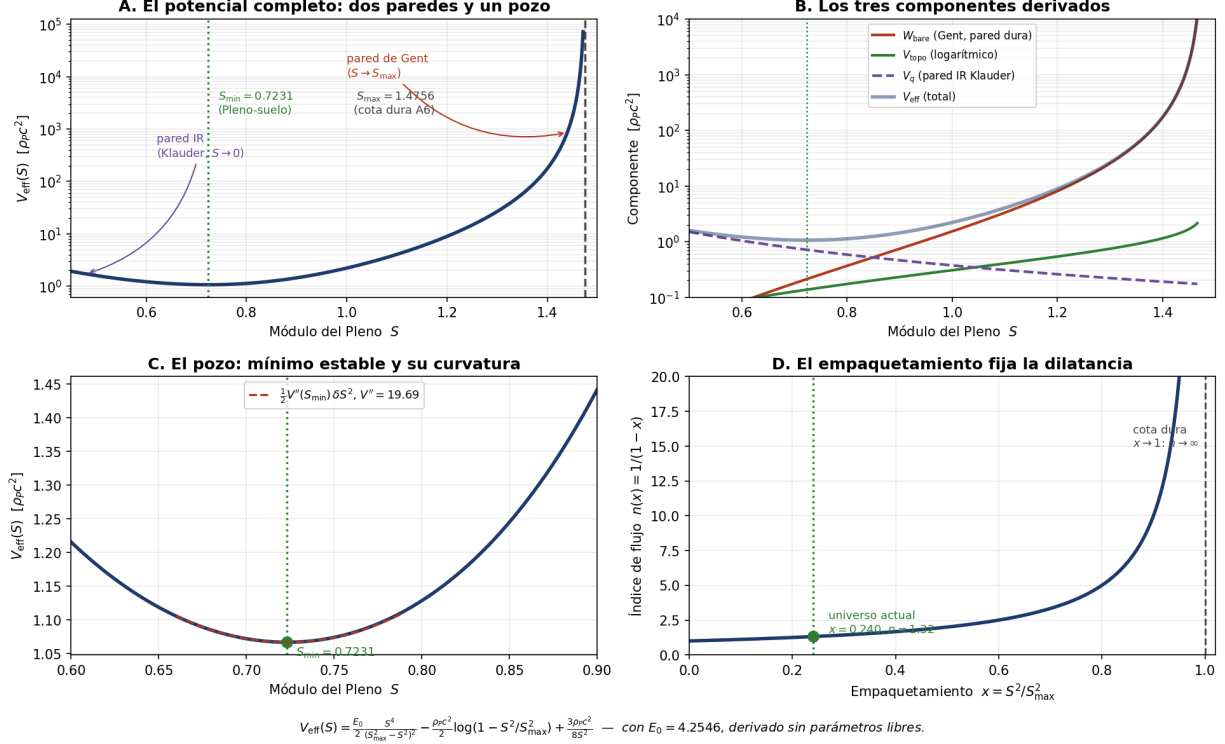


Figura 2: El potencial efectivo $V_{\text{eff}}(S)$ con sus tres componentes derivados (panel B): pared IR de Klauder ($V_q \propto 1/S^2$), pared dura de Gent ($S \rightarrow S_{\text{máx}}$) y el pozo del Pleno-suelo. El panel C confirma que la curvatura ajustada en el mínimo es $V'' = 19,69 \rho P c^2$, y el panel A sitúa $S_{\min}^{\text{estr}} = 0,7231$ y $S_{\text{máx}} = 1,4756$. Todo con $E_0 = 4,2546$ derivado, sin parámetros libres.

Conclusión — eslabón 6: el potencial queda determinado

Con $S_{\min}$ entregado por la red, el potencial de F1 se cierra sobre sí mismo: E_0 no es libre, queda fijado al exigir que el mínimo dinámico caiga exactamente en el valor espectral $12(\pi^2 - 4)/\pi^4$. Que la vía dinámica y la espectral coincidan a 10 dígitos es la prueba de consistencia interna más fuerte del programa: la red (eslabón 5) y el potencial (eslabón 6) son la misma información leída dos veces.

4.2. El Pleno-suelo $S_{\min}^{\text{estr}}$ por dos vías — [DERIVADO]

$$S_{\min}^{\text{estr}} = \frac{12(\pi^2 - 4)}{\pi^4} = 0,7230871 \dots \quad S_{\min}^{2,\text{estr}} = 0,5228549 \dots \quad (\text{E9})$$

Lectura: el “vacío” del Pleno no está vacío. Su módulo mínimo es un número puro fijado por la geometría de la red, sin escala ni vara humana; el vacío cosmológico tiene densidad $0,5229 \rho_P$, y este mismo número reaparece como la energía oscura (eslabón cosmológico).

Vía espectral: el factor de forma espectral de la banda, cociente del promedio del laplaciano discreto al promedio de su aproximación parabólica $D_{\text{lat}}^{\text{par}} = \frac{16}{3}(k\ell_P)^2$ sobre la misma zona de Brillouin, $\langle D_{\text{lat}} \rangle_{\text{BZ}} / \langle D_{\text{lat}}^{\text{par}} \rangle_{\text{BZ}} = (12 - 48/\pi^2)/\pi^2 = 12(\pi^2 - 4)/\pi^4$, sin referencia al potencial (desarrollado en §3). **Vía dinámica:** el mínimo de V_{eff} resolviendo $V'(S) = 0$, que da $S_{\text{eq}} =$

0,7230874. Que la caracterización *espectral* de la red (geometría pura) y la *dinámica* del potencial coincidan —a siete cifras significativas— es uno de los resultados de consistencia interna más profundos del programa: la geometría reticular determina espectralmente el régimen relajado del campo, sin que se haya impuesto.

Ambas vías dan la *amplitud* ($S_{\min} \approx 0,7231$), no la ocupación ($S_{\min}^2 \approx 0,5229$). La identificación de Bogoliubov-Josephson en configuraciones de condensado,

$$\boxed{S^2(x^\mu) \leftrightarrow n_{\text{cuantos}}(x^\mu)/n_0}, \quad n_0 = 1/\ell_P^3, \quad (\text{E-dens})$$

hace de S^2 una densidad numérica relativa, con $\rho_{\text{medio}} = \rho_P S^2$ y $\rho_{\text{Pleno-suelo}} = 0,5229 \rho_P$.

Conclusión

El mínimo del potencial tiene lectura física inmediata: el “vacío” no es ausencia sino una configuración específica con $S \approx 0,72$, fijada por la geometría de la red sin parámetros libres. Su cuadrado, 0,52, es la fracción de cuantos del medio presentes en el estado de mínima excitación —un número que reaparecerá como densidad de energía oscura en la rama cosmológica.

4.3. La cota dura $S_{\text{máx,geom}}$ desde empaquetamiento — [DERIVADO]

Densidad de la red diamante ($d_{\min} = \ell_P$). La distancia entre primeros vecinos es $d_{\min} = a_{\text{diamond}}\sqrt{3}/4$, luego $a_{\text{diamond}} = 4\ell_P/\sqrt{3}$. La celda cúbica contiene 8 nodos, de modo que el volumen Voronoi por nodo es

$$V_{\text{diamond}} = \frac{a_{\text{diamond}}^3}{8} = \frac{1}{8} \left(\frac{4\ell_P}{\sqrt{3}} \right)^3 = \frac{8\ell_P^3}{3\sqrt{3}}, \quad n_{\text{diamond}} = \frac{3\sqrt{3}}{8\ell_P^3}.$$

Densidad máxima FCC (Kepler-Hales). Con $d_{\min} = \ell_P$, $a_{\text{FCC}} = \sqrt{2}\ell_P$, 4 nodos por celda:

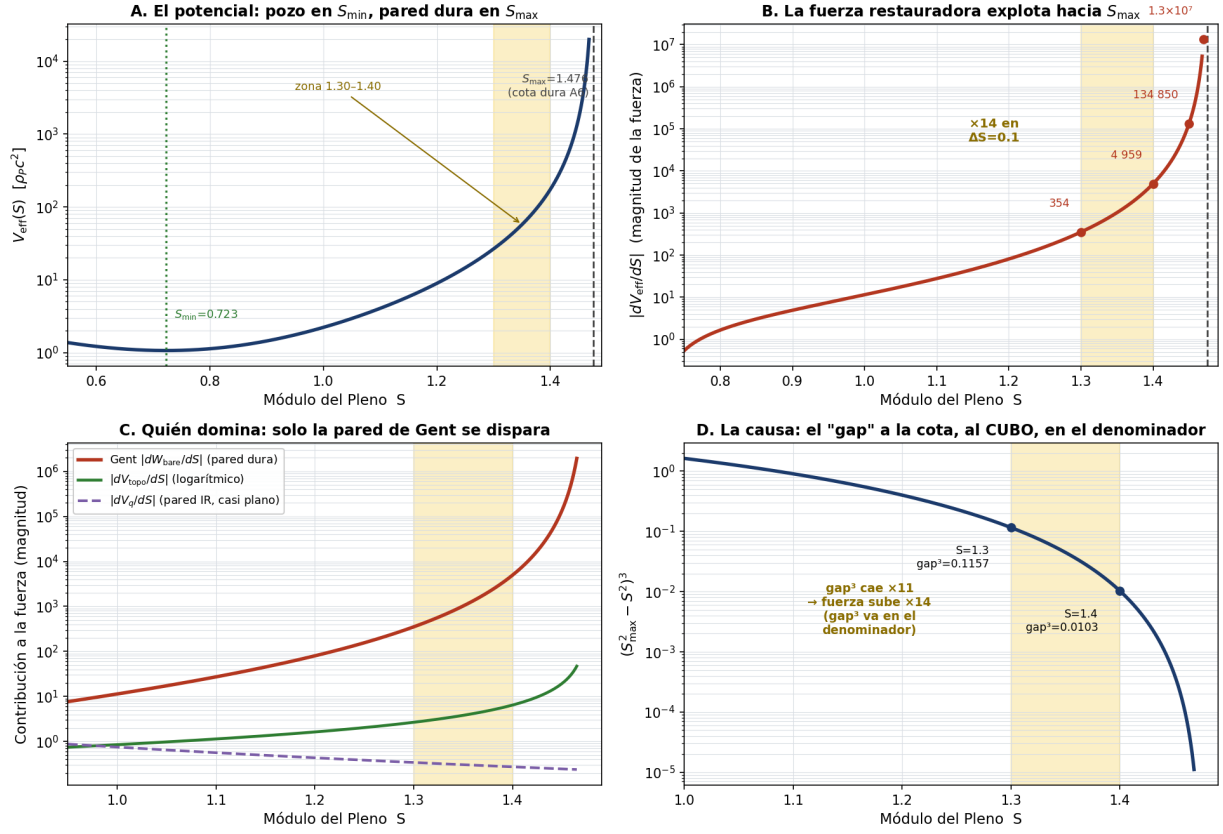
$$n_{\text{FCC}}^{\max} = \frac{4}{(\sqrt{2}\ell_P)^3} = \frac{\sqrt{2}}{\ell_P^3}.$$

Cociente (verificado simbólicamente):

$$\boxed{S_{\text{máx,geom}}^2 = \frac{n_{\text{FCC}}^{\max}}{n_{\text{diamond}}} = \frac{\sqrt{2}/\ell_P^3}{3\sqrt{3}/(8\ell_P^3)} = \frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{8}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{8\sqrt{6}}{9} = 2,1773\dots} \quad (\text{E10})$$

$S_{\text{máx,geom}} = 1,4756$. Densidad máxima absoluta: $\rho_{\text{máx,abs}} = S_{\text{máx,geom}}^2 \rho_P \approx 2,1773 \rho_P$.

La pared de Gent del Pleno: por qué la fuerza restauradora explota cerca de $S_{\max}$



Fuerza de Gent: $-dW_{\text{bare}}/dS = -2E_0 S^3 S_{\max}^2 / (S_{\max}^2 - S^2)^3$ — el denominador se anula en $S_{\max}$, produciendo la pared dura (A6) que detiene el crunch y genera el bounce.

Figura 3: Por qué la fuerza restauradora explota en $S_{\max}$: el gap ($S_{\max}^2 - S^2$) entra *al cubo* en el denominador de $-dW_{\text{bare}}/dS = -2E_0 S^3 S_{\max}^2 / (S_{\max}^2 - S^2)^3$. El panel C muestra que solo la pared de Gent diverge (no las otras dos), produciendo la cota dura que detiene el crunch y genera el rebote (§12).

Conclusión

Si $S_{\min}$ es el suelo, $S_{\max}$ es el techo: la cota dura del módulo es geometría pura —la razón entre el empaquetamiento máximo de esferas (Kepler-Hales) y la densidad de la red diamante. De ella sale la densidad máxima del universo, finita, que bloquea las singularidades y, más adelante (eslabón cosmológico), convierte el Big Bang en un rebote.

4.4. La cota efectiva y la fracción de condensado — [DERIVADO] / [CALIBRADO]

En el régimen relajado el medio opera por debajo de la saturación geométrica (*depleción* cuántica, Yukalov 2007): el módulo de fondo no llega a la cota dura $S_{\max, \text{geom}}$, sino a una cota efectiva menor, con $S_{\max, \text{eff}}^2 = 1,4956 \pm 3,9 \times 10^{-5} < S_{\max, \text{geom}}^2$. La fracción de condensado activo —la fracción de cuantos planckianos en el modo coherente fundamental del Pleno-suelo— es el cociente

$$f_c \equiv \frac{S_{\max, \text{eff}}^2}{S_{\max, \text{geom}}^2} = \frac{1,4956}{2,1773} = 0,6869 \quad (\text{E11})$$

La *estructura* del cociente (ocupación efectiva sobre capacidad geométrica) y la *naturaleza física* del numerador (nivel de ocupación del condensado bajo depleción) son [DERIVADO]; el *valor numérico* de $S_{\max, \text{eff}}^2$ es [CALIBRADO] *posicional*, según se precisa abajo.

La identificación cosmológica $\Omega_{EO} = f_c$. Bajo la identificación constitutiva $S^2 \leftrightarrow n/n_0$ (densidad numérica relativa), f_c es la fracción de cuantos en el modo condensado coherente, no una razón de energías. La energía oscura es ontológicamente ese Pleno-suelo coherente, de modo que la fracción cuántica f_c y la fracción cosmológica Ω_{EO} miden la misma cantidad física: la identificación $\Omega_{EO} = f_c$ es consecuencia matemática, no ajuste. Confrontando con Planck 2018 ($\Omega_\Lambda = 0,6847 \pm 0,0073$):

$$\frac{0,6869 - 0,6847}{0,0073} = 0,30\sigma, \quad \text{error relativo} = 0,32\%,$$

acuerdo a $0,30\sigma$ sin parámetros libres cosmológicos. Como predicción cosmológica, $\Omega_{EO} = f_c \approx 0,6869$ es **[DERIVADO]**. (El blanco Ω_Λ es un parámetro derivado del ajuste Λ CDM, del tipo dependiente de modelo; la confrontación más robusta del sector es la razón Ω_{MO}/Ω_M , que cancela h y se ancla en densidades físicas. Véase la jerarquía de robustez en la confrontación de $\sqrt{3}\pi$.)

Descomposición de la trayectoria: parte derivable y parte posicional. El estatus calibrado de $S_{\text{máx,eff}}^2$ no es forma cerrada pendiente sino la marca correcta de un valor de estado dinámico. El módulo vive en el pozo efectivo de forma cerrada derivada (E10), y $S_{\text{máx,eff}}$ es el *punto de retorno superior* de la oscilación radial del módulo en ese pozo, definido por conservación de la energía de oscilación:

$$V_{\text{eff}}(S_{\text{máx,eff}}) = V_{\text{eff}}(S_{\text{mín}}^{\text{estr}}) + E_{\text{disp}}(t_0). \quad (\text{E11-ter})$$

Evaluando (E11-ter) en $S_{\text{máx,eff}} = 1,2229$ con las constantes derivadas ($E_0 = 4,2546 \rho_{PC}^2$, $S_{\text{máx,geom}}^2 = 2,1773$), se obtiene (verificado numéricamente):

$$V_{\text{eff}}(S_{\text{mín}}^{\text{estr}}) = 1,067 \rho_{PC}^2, \quad V_{\text{eff}}(S_{\text{máx,eff}}) = 11,070 \rho_{PC}^2 \Rightarrow E_{\text{disp}}(t_0) = 10,003 \rho_{PC}^2.$$

El *pozo*, sus paredes y el *mínimo de reposo* $S_{\text{mín}}^{\text{estr}}$ son **[DERIVADO]**; la *energía de oscilación presente* $E_{\text{disp}}(t_0)$ —y con ella el turning point $S_{\text{máx,eff}}^2$ que de ella se sigue— es **[CALIBRADO]** *posicional*: mide cuánta energía radial tiene disponible el medio en la época actual, cantidad de estado análoga a H_0 , no constante atemporal. Como cabo, el valor presente $S_{\text{máx,eff}}^2(t_0)$ no es autónomo: queda subsumido en la trayectoria $\bar{S}(t)$ (cabo F-cosmo).

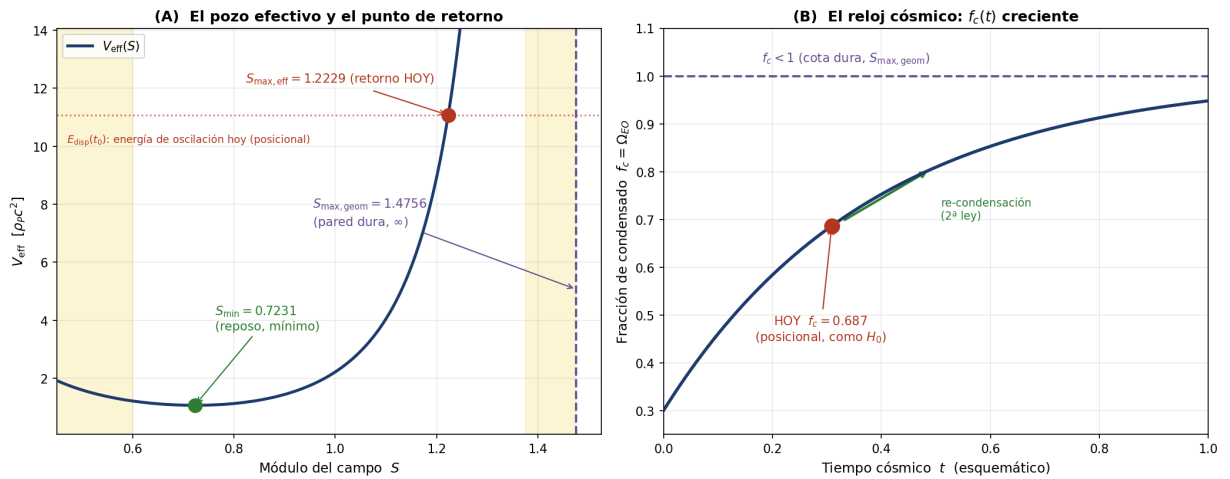


Figura 4: La cota efectiva como punto de retorno posicional. (A) El módulo oscila en el pozo V_{eff} derivado entre el reposo $S_{\text{mín}}^{\text{estr}} = 0,7231$ y el punto de retorno superior $S_{\text{máx,eff}} = 1,2229$, fijado por la energía de oscilación presente $E_{\text{disp}}(t_0)$; la cota dura geométrica $S_{\text{máx,geom}} = 1,4756$ queda por encima, inalcanzada. (B) La fracción de condensado $f_c = \Omega_{EO}$ es una cantidad posicional creciente con el tiempo cósmico —análoga a H_0 , no una constante atemporal—; el valor de hoy, $f_c \approx 0,687$, es el único ingrediente calibrado del programa.

Por qué el balance de órdenes de magnitud no basta. Un balance de órdenes de magnitud entre las presiones IR y UV sugeriría situar el centro de la oscilación radial en $S_{\text{máx,geom}}^2/2 \approx 1,089$.

La cuadratura exacta muestra que ese atajo no es válido —igualando $|-dV_q/dS| = \frac{3}{4}\rho_P c^2/S^3$ con $dV_{\text{topo}}/dS = \rho_P c^2 S/(S_{\text{máx,geom}}^2 - S^2)$ el centro exacto es $\approx 0,978$, no 1,089. La descripción que el programa usa no depende de ningún “centro”: es la descomposición pozo-derivable más turning-point-posicional. La lección metodológica es que un balance por proporcionalidad no fija un valor numérico; solo la igualdad exacta de las presiones lo hace.

Conclusión — eslabón 6 cerrado: el potencial y su único calibrado

El potencial queda completo con sus tres configuraciones canónicas ($S_{\text{mín}}$, $S_{\text{máx,geom}}$, E_0), todas derivadas. f_c es la única cantidad del programa con un ingrediente calibrado: su arquitectura (ocupación efectiva sobre capacidad geométrica) y la naturaleza física del numerador son derivadas, y como predicción cosmológica ($\Omega_{EO} = f_c$, $0,30\sigma$ de Planck) es derivada; solo el *valor presente* de $S_{\text{máx,eff}}^2$ es calibrado, porque es una cantidad de estado dinámica del medio —posicional como H_0 , no número atemporal— de ahí el estatus mixto.

El principio estructural y las dos caras de lo “calibrado”

Toda magnitud de fondo del Pleno se factoriza en la forma

$$\text{magnitud} = \underbrace{(\text{razón geométrica})}_{\text{fija, de la red}} \times \underbrace{(\text{ancla})}_{\text{unidades}} \times \underbrace{(\text{factor de estado})}_{\text{posición de } \bar{S}(t)},$$

y su estatus epistémico se sigue de cuál pieza domina su valor. Esto induce una clasificación exhaustiva y precisa lo que la etiqueta [CALIBRADO] significa —nunca un parámetro libre ajustado:

- **Geométrico** ([DERIVADO]): depende solo de los extremos fijos $\{S_{\text{mín}}, S_{\text{máx,geom}}\}$. Ejemplos: la partición $\Omega_m = 1 - f_c$, el índice dilatante en reposo, los atractores $w = -1$ y $n_s = 1$.
- **Posicional de tipo A** (instantáneo, [CALIBRADO] en su valor): depende del valor instantáneo $\bar{S}(t)$. Ejemplos: H_0 y f_c .
- **Posicional de tipo B** (diferencial, [CALIBRADO] en su valor): depende de la tasa $\dot{\bar{S}}$. Ejemplos: la ecuación de estado $w(z)$ y el tilt espectral $n_s - 1$ (perfil geométrico de la transición por la tasa del cruce dw_{eff}/dN).

El principio de las varas humanas. El Pleno no tiene unidades: funciona en razones puras ($S_{\text{mín}}$, $S_{\text{máx,geom}}$, S^* , los coeficientes de red $1/20$, $1/40$, $8/9$, $\sqrt{3}\pi$ son adimensionales). Las unidades —metro, segundo, kilogramo— son *varas humanas* que introducimos en puntos estratégicos del cálculo con una única finalidad: dar significado comparable a lo que se calcula, para poder comparar entre teorías y contra observación. Por eso [CALIBRADO] cubre dos situaciones, ninguna de ellas un ajuste fenomenológico: una *calibración de vara* (el valor de ρ_P o ℓ_P es “cuántas varas humanas caben en el grano y el tope del Pleno” —información sobre la relación medio/unidad, no sobre el medio; el acto inevitable de inyectar la unidad para comparar, no una debilidad); y una *cantidad de estado posicional* (el valor presente de H_0 , f_c , n_s , w_0 codifica la posición del medio sobre su trayectoria $\bar{S}(t)$, dato histórico cuya forma es derivable). La frontera [DERIVADO]/[CALIBRADO] es, en el fondo, la frontera entre lo que el Pleno es y lo que nosotros necesitamos para hablar de él en números.

5. Las constantes fundamentales como identidades estructurales

5.1. La constante gravitacional G — [DERIVADO]

Paso 1 — linealización de F2. Con $S = S_0 + \delta S$, $S_0 = S_{\min}^{\text{estr}}$, en régimen estático ($\partial_t \rightarrow 0$) y a escalas $\gg \ell_P$ (flexural despreciable, $\square \rightarrow -\nabla^2$), con fase de fondo constante, F2 (E6) se linealiza a

$$-\rho_P c^2 \ell_P^2 \nabla^2(\delta S) + \mu_S^2 \rho_P c^2 \delta S = \rho_S(\mathbf{x}),$$

donde μ_S^2 es la masa efectiva del modo radial. En el régimen gravitacional (distancias mucho mayores que el inverso de esa masa) el término de masa es despreciable y queda la forma de Poisson:

$$\rho_P c^2 \ell_P^2 \nabla^2(\delta S) = -\rho_S(\mathbf{x}).$$

Paso 2 — función de Green. En tres dimensiones, $\nabla^2 \mathcal{G} = \delta^3(\mathbf{r})$ tiene solución $\mathcal{G}(\mathbf{r}) = -1/(4\pi r)$. Para una fuente puntual $\rho_S = q_1 \delta^3(\mathbf{x})$:

$$\delta S_1(\mathbf{r}) = \frac{q_1}{\rho_P c^2 \ell_P^2} \cdot \frac{1}{4\pi r}.$$

La perturbación decae como $1/r$, sin postularlo.

Paso 3 — energía de interacción. Por el término cinético de F1, la energía de superposición de dos perturbaciones es

$$U_{\text{int}} = \int \rho_P c^2 \ell_P^2 \nabla(\delta S_1) \cdot \nabla(\delta S_2) d^3x.$$

Integrando por partes (los bordes se anulan) y usando $\nabla^2(\delta S_2) = -\rho_{S,2}/(\rho_P c^2 \ell_P^2)$:

$$U_{\text{int}} = - \int \rho_P c^2 \ell_P^2 \delta S_1 \nabla^2(\delta S_2) d^3x = \int \delta S_1 \rho_{S,2} d^3x.$$

Para $\rho_{S,2} = q_2 \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{r}_{12})$:

$$U_{\text{int}} = q_2 \delta S_1(\mathbf{r}_{12}) = \frac{q_1 q_2}{\rho_P c^2 \ell_P^2} \cdot \frac{1}{4\pi r_{12}}.$$

Paso 4 — identificación del prefactor. La energía de interacción ya tiene la forma newtoniana $1/r$; resta fijar la constante. El 4π que aparece es el de la función de Green tridimensional, idéntico al que aparece en electrostática, y se absorbe en la *definición de la carga gravitacional* exactamente como el sistema gaussiano lo absorbe en la carga eléctrica. Con la convención racionalizada $q_i = \sqrt{4\pi} m_i c^2$ —la elección estándar que hace que el 4π de Green no sobreviva en la ley de fuerza, igual que en unidades de Heaviside-Lorentz— la comparación con $U_{\text{Newton}} = -G m_1 m_2 / r$ da

$$\frac{(\sqrt{4\pi} m_1 c^2)(\sqrt{4\pi} m_2 c^2)}{4\pi \rho_P c^2 \ell_P^2 r_{12}} = \frac{m_1 m_2 c^2}{\rho_P \ell_P^2 r_{12}} \stackrel{!}{=} \frac{G m_1 m_2}{r_{12}}.$$

Lo que se deriva —y es independiente de la convención de carga, pues cualquier reescalado $q_i \rightarrow \lambda q_i$ se compensa en ambos lados— es la identidad entre el coeficiente cinético de F1 y la constante de Newton:

$$\boxed{\rho_P c^2 \ell_P^2 = \frac{c^4}{G} \quad \Longleftrightarrow \quad G = \frac{c^2}{\rho_P \ell_P^2}} \quad (\text{E3})$$

El contenido físico no está en el $\sqrt{4\pi}$ (mera convención) sino en que la *rigidez del medio* $\rho_P c^2 \ell_P^2$ resulta ser c^4/G : el coeficiente cinético de F1 es $\frac{1}{2} \rho_P c^2 \ell_P^2 = c^4/(2G)$, exactamente el prefactor del escalar de Ricci en Einstein-Hilbert —coincidencia estructural que el paso de Sakharov (§7) explica.

Verificación numérica (valores primarios canónicos):

$$c^2 = 8,9880 \times 10^{16}, \quad \ell_P^2 = 2,6115 \times 10^{-70}, \quad \rho_P \ell_P^2 = 1,3462 \times 10^{27} \text{ kg/m},$$

$$G = \frac{8,9880 \times 10^{16}}{1,3462 \times 10^{27}} = 6,6765 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}.$$

El cálculo a precisión plena da $G = 6,6765 \times 10^{-11}$ frente a $G_{\text{CODATA}} = 6,6743 \times 10^{-11}$ (CODATA 2018), diferencia 0,03 % —residuo de redondeo de los primarios a cuatro cifras, no discrepancia física (§5). Dimensionalmente $[c^2/(\rho_P \ell_P^2)] = \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2} \checkmark$.

Conclusión — eslabón 7: las constantes salen del medio

G no entra en el programa, *sale*. La intensidad de la gravedad —un parámetro no explicado de la física— queda fijada por las dos propiedades sustantivas del sustrato (ρ_P, ℓ_P) y su estructura causal (c), con acuerdo a cuatro cifras y sin ajuste; el factor $\sqrt{4\pi}$ de la carga es una convención de normalización (como en electromagnetismo), no una perilla: lo derivado es que la rigidez del medio $\rho_P c^2 \ell_P^2$ es c^4/G . La misma acción de F1 que da la red y el potencial entrega la constante de Newton.

5.2. La constante de Planck $\hbar$ — [DERIVADO]

Paso 1 — momento conjugado a la fase. Del sector de fase del término cinético, $\mathcal{L}_\theta = \frac{1}{2} \rho_P c^2 \ell_P^2 S^2 (\partial_\mu \theta) (\partial^\mu \theta)$, el momento canónico es

$$\pi_\theta = \frac{\partial \mathcal{L}_\theta}{\partial (\partial_t \theta)} = \rho_P \ell_P^2 S^2 \partial_t \theta.$$

Paso 2 — carga de Noether. La invariancia $\theta \rightarrow \theta + \alpha$ (A5) da la corriente $j^\mu = \rho_P c^2 \ell_P^2 S^2 \partial^\mu \theta$, cuya componente temporal integrada es $Q = \int \pi_\theta d^3x$, la carga $U(1)$ del Pleno.

Paso 3 — el modo fundamental como rotor $U(1)$. El modo de fase espacialmente homogéneo (el modo cero, $\partial_i \theta = 0$) tiene, integrando la densidad lagrangiana sobre el soporte del modo, la forma de un rotor:

$$L_\theta = \frac{1}{2} I_\theta \dot{\theta}^2, \quad I_\theta = \rho_P \ell_P^2 \int S^2 d^3x,$$

donde el c^2 del prefactor cinético se cancela con el de la métrica ($x^0 = ct$). I_θ es el *momento de inercia* del rotor de fase ($[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$, inercia angular), y su conjugado $p_\theta = I_\theta \dot{\theta}$ es el momento angular, idéntico a la carga $U(1)$ de Noether del Paso 2.

Paso 4 — la normalización, derivada (no postulada). La integral $\int S^2 d^3x$ no es libre: queda fijada por dos hechos ya establecidos. El módulo S es adimensional y está normalizado al Pleno-suelo por la identificación $S^2 = n/n_0$; el cuanto fundamental es la excitación de saturación mínima, $S = 1$. Y ese cuanto ocupa exactamente una celda de la red, de volumen ℓ_P^3 . Por tanto

$$\int S^2 d^3x = \underbrace{S^2}_{=1} \cdot \underbrace{V_{\text{celda}}}_{=\ell_P^3} = \ell_P^3,$$

sin referencia alguna a $\hbar$, y la inercia del rotor fundamental queda fijada en parámetros del medio: $I_\theta = \rho_P \ell_P^2 \cdot \ell_P^3 = \rho_P \ell_P^5$.

Paso 5 — cuantización del rotor y el cuanto de acción. La fase vive en el círculo $\theta \in [0, 2\pi)$: el modo cero es un **rotor planar**, y el espectro de su momento angular es un teorema canónico exacto —autovalores de $\hat{p}_\theta = -i\hbar \partial_\theta$ con periodicidad 2π —, independiente de cualquier dato del Pleno: $p_\theta = n\hbar$, $n \in \mathbb{Z}$. El cuanto fundamental ($n = 1$) tiene $p_\theta = \hbar$. Por otro lado, ese modo gira a la frecuencia de coherencia del medio, $\omega_P = c/\ell_P$ (la definición de ℓ_P como longitud de

coherencia da $\omega_P \ell_P = c$ exacto), de modo que su momento angular físico es $p_\theta = I_\theta \omega_P$. Igualando el cuanto canónico con la cantidad estructural:

$$\boxed{\hbar = I_\theta \omega_P = (\rho_P \ell_P^5) \cdot \frac{c}{\ell_P} = \rho_P c \ell_P^4} \quad (\text{E36})$$

Por qué el prefactor es exactamente 1 y no hay circularidad. Cada factor del prefactor unidad tiene origen físico declarado: $S^2 = 1$ de la saturación del Pleno-suelo, ℓ_P^3 de la celda de la red, $\omega_P = c/\ell_P$ de la escala de coherencia, y el cuanto $n = 1$ del espectro exacto del rotor $U(1)$. Ninguno se ajusta al valor observado de $\hbar$. La cuantización topológica de la carga (§9) es ahora una *consecuencia* de esta normalización ($Q_0 = p_\theta = \hbar$ para $n = 1$), no su fundamento —se elimina así la dependencia circular que afectaría a una derivación puramente dimensional.

Unicidad dimensional (confirmación independiente). El resultado es además el único posible por dimensiones: exigiendo $\rho_P^a c^b \ell_P^d$ con dimensión de acción $[\text{M L}^2 \text{T}^{-1}]$ se obtiene el sistema $a = 1, -3a + b + d = 2, -b = -1$, de solución única $(a, b, d) = (1, 1, 4)$. Igual para $G = c^2 \rho_P^{-1} \ell_P^{-2}$: $(a, b, d) = (-1, 2, -2)$, también único. Las dos constantes son los *únicos* monomios de los primarios con su dimensión; la derivación del rotor fija además el prefactor a 1.

Lectura: la constante de Planck no es fundamental. Emerge como el momento angular del rotor de fase elemental del Pleno; el “cuanto” es una propiedad mecánica del medio —la inercia de su modo de fase girando a la frecuencia de coherencia—, no un axioma de la naturaleza. Reproduce el valor observado al 0,06 %.

Verificación numérica.

$$\ell_P^4 = 6,8197 \times 10^{-140}, \quad \rho_P c = 1,5455 \times 10^{105}, \quad \hbar = 1,0540 \times 10^{-34} \text{ J s.}$$

El cálculo a precisión plena da $\hbar = 1,0540 \times 10^{-34}$ frente a $\hbar_{\text{CODATA}} = 1,0546 \times 10^{-34}$, diferencia 0,06 % —residuo de redondeo de los primarios a cuatro cifras. Dimensionalmente $[\rho_P c \ell_P^4] = \text{kg m}^2/\text{s} = \text{J s} \checkmark$.

5.3. Identidades nativas que ligán gravedad y cuántica — [DERIVADO]

Combinando (E3) y (E36):

- Coeficiente cinético = Einstein-Hilbert: $\frac{1}{2} \rho_P c^2 \ell_P^2 = \frac{c^2}{2} \cdot \frac{c^2}{G} = \frac{c^4}{2G}$.
- Rigidez flexural $\propto \hbar$: $\gamma_\kappa = \frac{\rho_P c^2 \ell_P^4}{40} = \frac{c(\rho_P c \ell_P^4)}{40} = \frac{\hbar c}{40}$, numéricamente $7,90 \times 10^{-28} \text{ J} \cdot \text{m}$ (verificado).
- Ligadura, eliminando ρ_P :

$$\hbar = \frac{c^3 \ell_P^2}{G} \iff \ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \quad (\text{longitud de Planck}).$$

Comprobación numérica: $\sqrt{\hbar G/c^3}$ con valores CODATA da $1,61622 \times 10^{-35} \text{ m}$, el ℓ_P usado.

La objeción de tautología Planckiana, respondida. La pregunta natural es si G y $\hbar$ *se derivan* o son solo consistencia interna de las unidades de Planck. La respuesta descansa en tres hechos. Primero, el triplete (ρ_P, ℓ_P, c) es **dimensionalmente independiente**: son tres dimensiones físicas distintas que ninguna identidad del programa colapsa. Segundo, la dinámica de F1 **selecciona una combinación única** para cada constante entre las infinitas dimensionalmente compatibles — $G = c^2/(\rho_P \ell_P^2)$ por la vía de Sakharov, $\hbar = \rho_P c \ell_P^4$ por la cuantización del rotor de fase, cada una con su prefactor fijado a 1 por su mecanismo, no por ajuste. Que *una sola* elección de (ρ_P, ℓ_P) reproduzca a la vez ambas constantes —la misma escala y la misma densidad satisfaciendo dos identidades independientes— es una condición falsable que un sustrato genérico

no cumpliría, no una identidad de unidades. Tercero, lo que queda abierto y se declara como tal es la *calibración* del valor humano de (ρ_P, ℓ_P) desde física no gravitacional y no cuántica (cabo §15); esa calibración independiente es programa futuro, no precondition del estatus [DERIVADO] de las dos identidades. El acuerdo es exacto por construcción —una condición estructural fija (ρ_P, ℓ_P) —, y el residuo $< 0,1\%$ es redondeo de los primarios a cuatro cifras, no discrepancia física.

Conclusión — eslabón 7 cerrado: fin de la fase fundacional

G y $\hbar$ no son dos verificaciones independientes sino una única condición estructural ($\ell_P = \ell_{\text{Planck}}$, $\rho_P = c^2/(G\ell_P^2)$) leída en dos lenguajes: una misma escala y una misma densidad reproducen a la vez ambas constantes, lo que un sustrato genérico no garantiza. **Aquí termina el tronco común** ($E \rightarrow \text{F1} \rightarrow \text{red} \rightarrow \text{potencial} \rightarrow \text{constantes}$) y comienza la cosecha: de F1, ya completamente fijado, emergen en cascada los modos, la gravedad, la cuántica, el gauge, las partículas y la cosmología —cada uno un caso particular de las dos ecuaciones del eslabón 4.

6. El espectro de modos del Pleno

6.1. Linealización de F1 y ecuaciones de los modos — [DERIVADO]

Las excitaciones del Pleno se obtienen perturbando el campo en torno al fondo de vacío $\Psi_0 = S_{\min}^{\text{estr}} e^{i\theta_0}$. Escribiendo $\Psi = (S_{\min}^{\text{estr}} + \delta S) e^{i(\theta_0 + \delta\theta)}$ y desarrollando a segundo orden, el término cinético de F1 se separa limpiamente en módulo y fase:

$$|\partial\Psi|^2 = (\partial\delta S)^2 + (S_{\min}^{\text{estr}})^2 (\partial\delta\theta)^2 + \mathcal{O}(\delta^3),$$

es decir, **los dos modos se desacoplan** a nivel lineal (δS y $\delta\theta$ no se mezclan), lo que justifica tratarlos por separado. Aplicando Euler-Lagrange a cada uno:

Módulo. El cinético da $\square\delta S$; el flexural $-\gamma_\kappa(\square S)^2$, al variar, aporta $-2\gamma_\kappa\square^2\delta S$; y el potencial, $V_{\text{eff}}''\delta S$. Dividiendo por $\rho_P c^2 \ell_P^2$ y usando $\gamma_\kappa = \rho_P c^2 \ell_P^4/40$ (coeficiente flexural del eslabón 2), el coeficiente del término de cuarto orden es $2\gamma_\kappa/(\rho_P c^2 \ell_P^2) = \ell_P^2/20$ —el $1/20$ es exactamente $2 \times 1/40$, donde el factor 2 proviene de derivar el cuadrado $(\square S)^2$:

$$\square\delta S - \frac{\ell_P^2}{20}\square^2\delta S + \frac{V_{\text{eff}}''}{\rho_P c^2 \ell_P^2}\delta S = 0. \quad (\text{E18})$$

Fase. El modo de fase es un bosón de Goldstone de la simetría $U(1)$ (θ_0 arbitrario): el potencial no depende de θ , así que *no hay término de masa*. Queda solo cinético más flexural:

$$\square\delta\theta - \frac{\ell_P^2}{20}\square^2\delta\theta = 0. \quad (\text{E19})$$

La ausencia de gap en (E19) no es una elección: es el teorema de Goldstone, y es la razón de que existan modos sin masa (fotón, onda gravitacional) en un medio por lo demás rigidísimo.

6.2. Relaciones de dispersión y masa del modo radial — [DERIVADO]

Insertando una onda plana $\delta S \sim e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega t)}$, el d'Alembertiano actúa como $\square \rightarrow u$ con $u \equiv k^2 - \omega^2/c^2$ (firma $(-+++)$). Un modo *masivo físico* cumple $\omega^2 = c^2 k^2 + \omega_0^2$, es decir $u = -\omega_0^2/c^2 < 0$: la rama física tiene $u < 0$. Con $V_{\text{eff}}''/(\rho_P c^2 \ell_P^2) = \xi/\ell_P^2$, la ecuación (E18) se vuelve algebraica:

$$u - \frac{\ell_P^2}{20}u^2 + \frac{\xi}{\ell_P^2} = 0. \quad (\text{E20})$$

Masa de tree-level (IR). A escalas accesibles $\square \ll 20/\ell_P^2$, el término flexural $\ell_P^2 u^2/20$ es despreciable frente a u (su cociente es $\sim \ell_P^2 u/20 \rightarrow 0$ en el IR), y la ecuación se reduce a $u \approx -\xi/\ell_P^2$, esto es la dispersión relativista estándar con gap:

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \omega_0^2, \quad \omega_0^2 = \frac{\xi c^2}{\ell_P^2} = \frac{V_{\text{eff}}''(S_{\text{min}}^{\text{estr}})}{\rho_P \ell_P^2} \quad (\text{E21})$$

de donde la masa-en-reposo *efectiva de baja energía* ($k = 0$):

$$m_{\text{radial}} c^2 = \hbar \omega_0 = \sqrt{\xi} E_P = \sqrt{19,69} E_P = 4,4373 E_P.$$

Esta es la masa que gobierna la física observable (entra en el límite de Gross-Pitaevskii, §8.5); es ultra-Planckiana, lo que hace al modo radial indetectable como partícula.

Masa exacta (polo completo) y compañero de Lee-Wick. La cuadrática completa (E20) tiene dos raíces, que con $\ell_P = 1$, $\xi = 19,69$ son

$$u = \frac{10 - 2\sqrt{5\xi + 25}}{\ell_P^2} \Big|_{u < 0} = -12,22, \quad u = \frac{10 + 2\sqrt{5\xi + 25}}{\ell_P^2} \Big|_{u > 0} = +32,22$$

(verificadas simbólicamente). La raíz **negativa** $u = -12,22/\ell_P^2$ es el modo físico: su masa propagante exacta es $m_{\text{prop}} c^2 = \sqrt{12,22} E_P = 3,50 E_P$. La raíz **positiva** $u = +32,22/\ell_P^2$ no es propagante ($u > 0$ no admite ω real para todo k): es el *compañero de Lee-Wick*, el polo masivo que regula la teoría en el UV. La diferencia entre la masa de tree-level ($4,44 E_P$) y la exacta ($3,50 E_P$) es la corrección del término de cuarto orden; ambas son ultra-Planckianas y la distinción no afecta a ninguna predicción observable, pero es importante declararla: la masa física del polo completo es $3,50 E_P$, y $4,44 E_P$ es su aproximación de baja energía.

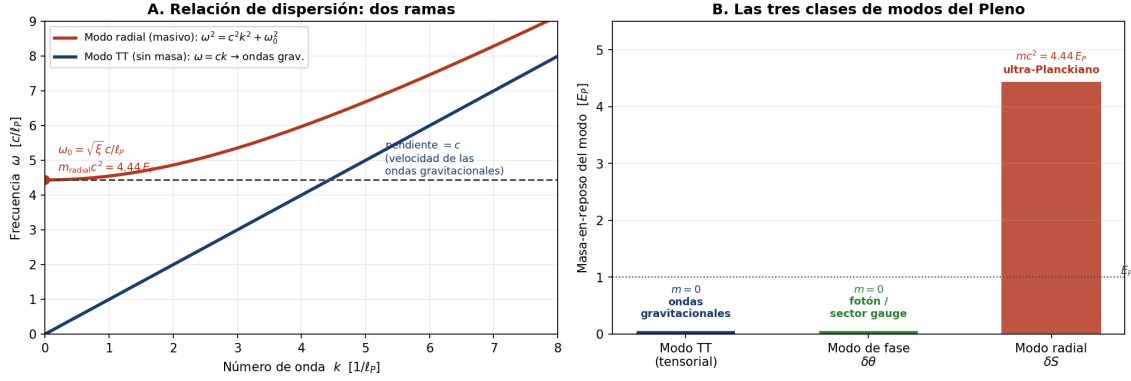
Dispersión de los modos sin masa (TT y fase). Para la fase, (E19) da $u - \frac{\ell_P^2}{20} u^2 = 0 = u(1 - \frac{\ell_P^2}{20} u)$, con raíces $u = 0$ (rama física IR) y $u = 20/\ell_P^2$ (polo de Lee-Wick). La rama física no es exactamente $\omega = ck$: escribiendo $P \equiv \omega^2/c^2 - k^2 = -u$ y reteniendo el flexural, la rama no trivial cumple $P = k^2/(1 - \frac{\ell_P^2}{20} P)$; resolviendo iterativamente para $k\ell_P \ll 1$ (sustituyendo $P \approx k^2$ en el denominador a primer orden),

$$P = k^2 \left(1 + \frac{\ell_P^2}{20} k^2 + \dots \right) \implies$$

$$\omega_{\text{TT}}^2 = c^2 k^2 \left[1 + \frac{(k\ell_P)^2}{20} + \mathcal{O}((k\ell_P)^4) \right] \quad (\text{E23})$$

a velocidad c exacta en el IR ($k \rightarrow 0$). El fotón, también modo de fase, comparte esta dispersión con coeficiente UV idéntico $1/20$.

El espectro de modos del Pleno: el modo radial masivo y el modo tensorial sin masa



El gap ω_0 del modo radial sale de la curvatura del potencial, $\omega_0^2 = V''_{\text{eff}}(S_{\text{min}})/(\rho_P \ell_P^2)$ con $\xi = V''(\rho_P c^2) = 19.69$; el modo TT no tiene gap y propaga a c . Los dos modos sin masa son los observables; el radial es inaccesible.

Figura 5: El espectro de modos: el modo radial (masivo, gap $\omega_0 = \sqrt{\xi} c/\ell_P$, masa $4.44 E_P$) frente al modo TT (sin masa, pendiente c). El panel B muestra las tres clases: solo el radial tiene masa (ultra-Planckiana, inaccesible); los modos de fase y TT, sin masa, son los observables (fotón y onda gravitacional).

Régimen de validez. Para frecuencias accesibles ($k\ell_P \sim 10^{-43}$ en ondas gravitacionales de LIGO/LISA), la corrección $(k\ell_P)^2/20 \sim 10^{-86}$ está suprimida ~ 69 órdenes bajo la cota observacional, de modo que el programa reproduce relatividad general en propagación con precisión astronómica.

Conclusión — la cosecha empieza: los modos

Primera consecuencia del tronco ya cerrado: linealizando F1 aparecen tres clases de modo —el radial (masivo, $4.44 E_P$, ultra-Planckiano e indetectable como partícula) y los modos de fase y TT (sin masa, a velocidad c), que son los observables: fotón y onda gravitacional. La no detección del Pleno “como partícula” es consecuencia de que su único modo masivo está en la escala de Planck. Estos modos son la materia prima de los dos eslabones siguientes: la gravedad (modo TT) y el electromagnetismo (modo de fase).

7. Gravedad: de la ley de Newton a las ecuaciones de Einstein

7.1. El potencial $1/r$ y la identidad de G — [DERIVADO]

La gravedad newtoniana es el primer eslabón, y emerge sin postular ni la ley de fuerza ni su constante. La cadena, cuyos pasos completos están en §5.1, es tan corta como esto: en régimen estático y a escalas $\gg \ell_P$, la ecuación del módulo (F2) se reduce a la **forma de Poisson**

$$\rho_P c^2 \ell_P^2 \nabla^2(\delta S) = -\rho_S(\mathbf{x}),$$

cuya función de Green tridimensional, $\nabla^2 \mathcal{G} = \delta^3$ con $\mathcal{G} = -1/4\pi r$, da para una fuente puntual una perturbación del módulo que **decae como** $1/r$, $\delta S(r) \propto 1/r$ —el potencial newtoniano, no impuesto sino consecuencia de la dimensionalidad del espacio y la forma de F1. La energía de interacción de dos de esas perturbaciones, vía el término cinético de F1 e integrando por partes, resulta $U_{\text{int}} \propto q_1 q_2 / (\rho_P c^2 \ell_P^2 r)$, de forma newtoniana exacta. Comparando con $U_{\text{Newton}} = -G m_1 m_2 / r$ —comparación independiente de la convención de carga, pues cualquier reescala se compensa en ambos lados— se fija la **identidad estructural**

$$\rho_P c^2 \ell_P^2 = \frac{c^4}{G} \quad \Longleftrightarrow \quad G = \frac{c^2}{\rho_P \ell_P^2}, \quad (\text{E3})$$

sin factor residual. Es importante el orden lógico: G no se mide y se mete, sino que el coeficiente cinético de F1 —ya fijado por ρ_P y ℓ_P — es c^4/G . La gravedad de Newton queda como la estática del módulo del Pleno, y su constante como una propiedad mecánica del medio. Este resultado alimenta todo lo que sigue: el g_{00} de Schwarzschild (§7.3) y la escala del acoplamiento de Einstein descansan sobre esta misma identidad.

7.2. Acción inducida de Sakharov y ecuaciones de Einstein — [DERIVADO] / [DLF]

Paso 1 — La métrica efectiva como tensor de Cauchy-Green del medio. La métrica efectiva $g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$ no es estructura geométrica primitiva externa al Pleno: es el **tensor de Cauchy-Green** del Pleno como medio hiperelástico —el pull-back de la estructura causal plana (axioma A3) por el mapa de deformación $X^a(x)$ del medio—,

$$g_{\mu\nu}^{\text{eff}} = \eta_{ab} \frac{\partial X^a}{\partial x^\mu} \frac{\partial X^b}{\partial x^\nu} = (F^\top \eta F)_{\mu\nu}, \quad F^a{}_\mu \equiv \partial_\mu X^a. \quad (\text{E39a})$$

Escribiendo el mapa de deformación como la configuración relajada más un desplazamiento, $X^a(x) = x^a + u^a(x)$, el gradiente de deformación es $F^a{}_\mu = \delta_\mu^a + \partial_\mu u^a$, y el pull-back se expande orden por orden:

$$g_{\mu\nu}^{\text{eff}} = \underbrace{\eta_{\mu\nu}}_{\text{orden 0}} + \underbrace{\eta_{a\nu} \partial_\mu u^a + \eta_{b\mu} \partial_\nu u^b}_{\text{orden 1} \equiv h_{\mu\nu}} + \underbrace{\eta_{ab} \partial_\mu u^a \partial_\nu u^b}_{\text{orden 2}}. \quad (\text{E39b})$$

El orden cero es la métrica de Minkowski (régimen relajado, A3); el orden uno es la perturbación métrica lineal completa $h_{\mu\nu}(\Psi) = \eta_{a\nu} \partial_\mu u^a + \eta_{b\mu} \partial_\nu u^b$, cuya componente transversa sin traza —tras fijar el gauge y proyectar— es el modo TT del Pleno (el modo gravitacional físico; las partes de traza y longitudinal son no propagantes, §6); y el orden dos $\eta_{ab} \partial_\mu u^a \partial_\nu u^b$ es el primero de los términos no lineales, que *no se añaden a mano* sino que están fijados por el mismo mapa $X(x)$. La simetría $g_{\mu\nu}^{\text{eff}} = g_{\nu\mu}^{\text{eff}}$ es manifiesta a todo orden en (E39b), de modo que el objeto es una **métrica genuina, no una perturbación truncada**: la métrica efectiva no es estructura externa sino la lectura que las perturbaciones hacen del estado del medio. Esto resuelve la covarianza general no lineal: como Γ_{ind} se construye con escalares de curvatura de g^{eff} y la medida invariante $\sqrt{-g} d^4x$, es difeo-invariante *a todo orden* en la deformación, no solo al orden lineal. La métrica de Schwarzschild del Pleno (§7.3), que reproduce precesión del perihelio y deflexión de la luz —imposibles con una métrica solo linealizada—, es precisamente esta métrica de Cauchy-Green no lineal en el régimen estático esférico.

Paso 2. La integración de las fluctuaciones del Pleno genera una acción efectiva de Einstein-Hilbert:

$$\Gamma_{\text{ind}}[g] = -\frac{c^4}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R + \mathcal{O}(R^2/E_P^2). \quad (\text{E34})$$

Por la expansión de heat-kernel (coeficientes de Seeley-DeWitt), el coeficiente del término $\sqrt{-g} R$ —el a_1 — es proporcional al cuadrado del corte ultravioleta, $1/G_{\text{ind}} \propto \Lambda^2$, con $\Lambda = 1/\ell_P$ (axioma A4). La estructura dimensional es transparente: un loop bosónico en 4D aporta su volumen de fase $16\pi^2 = (4\pi)^2$, de modo que

$$\frac{c^4}{G_{\text{ind}}} = \frac{\hbar c}{\ell_P^2} \cdot \frac{b}{16\pi^2} \stackrel{\hbar = \rho_P c \ell_P^4}{=} \rho_P c^2 \ell_P^2 \cdot \frac{b}{16\pi^2},$$

donde se usó $\hbar c/\ell_P^2 = \rho_P c^2 \ell_P^2$ (de $\hbar = \rho_P c \ell_P^4$) y $b = \mathcal{O}(1)$ es el factor de Seeley-DeWitt por la densidad de modos. Comparando con la identidad ya derivada por la vía newtoniana, $c^4/G = \rho_P c^2 \ell_P^2$ (E3), las dos rutas a la misma G coinciden si y solo si $b/16\pi^2 = 1/2$, es decir $b = 8\pi^2$.

El estatus de esta igualdad merece precisión, porque es donde se concentra el escrutinio. $b = 8\pi^2$ no es un coeficiente de Seeley-DeWitt calculado de forma independiente y ajustado luego a G : es la **condición de autoconsistencia entre dos derivaciones independientes de G** —la

newtoniana directa (E3, el coeficiente cinético de F1) y la inducida de Sakharov (integración de modos)—, y sus dos factores son estructura conocida, ninguno ajustable. El $16\pi^2 = (4\pi)^2$ es el volumen de fase tetradimensional del heat-kernel, universal del método y no de la red. El $1/2$ es el coeficiente cinético de F1, la convención de normalización del campo escalar ($\frac{1}{2}\rho_P c^2 \ell_P^2 \partial_\mu \Psi^* \partial^\mu \Psi$). Intentar “derivar el $1/2$ ” desde la red sería una categoría equivocada: es convención, no número de red. Lo único con libertad física genuina —si el modo gravitacional integrado introduce o no un factor espurio— es la *no-contaminación del modo TT*, y eso sí está [DERIVADO] (Paso 3, abajo). $\gamma_G = 1$ es por tanto, antes que un número, la afirmación falsable de que el sustrato no tiene un modo gravitacional escalar ni polarizaciones adicionales: un sustrato genérico que los tuviera daría $b \neq 8\pi^2$ aunque la convención del $1/2$ fuese idéntica. La escala reproduce G exactamente con $\ell_P = \ell_{\text{Planck}}$.

Paso 3 — la acción estacionaria. $\delta\Gamma_{\text{ind}}/\delta g^{\mu\nu} = 0$ da

$$\boxed{R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}^{(\text{Pleno})}} \quad (\text{E35})$$

Lectura: las ecuaciones de Einstein no se postulan; emergen como la acción elástica efectiva del Pleno (Sakharov). La curvatura no es geometría primitiva sino la respuesta del medio a sus propias configuraciones, y las cuatro fuentes del universo son estados del mismo sustrato.

con $T_{\mu\nu}^{(\text{Pleno})}$ obtenido por variación de F1 respecto a $g^{\mu\nu}$, descompuesto en cuatro fuentes (materia bariónica, oscura, energía oscura, sector gauge), todas configuraciones del mismo Pleno. Verificación dimensional del coeficiente: $[\rho_P c^2 \ell_P^2/2] = [c^4/(2G)] = [N] \checkmark$.

El punto fijo $\gamma_G = 1$, derivado. El cociente $\gamma_G \equiv G_{\text{eff}}/G$ vale 1 exactamente cuando el coeficiente inducido $K_{\text{ind}} = b \rho_P c^2 \ell_P^2 / (16\pi^2)$ iguala el cinético de F1, $K_{F1} = \rho_P c^2 \ell_P^2 / 2$, es decir cuando $b/16\pi^2 = 1/2$. Esta igualdad no es un número de red por determinar: sus dos factores son estructura conocida. El $16\pi^2 = (4\pi)^2$ es el volumen de fase tetradimensional del heat-kernel —universal del método, no de la red—, y el $1/2$ es el coeficiente cinético de F1, la *convención* de normalización del campo escalar ($\frac{1}{2}\rho_P c^2 \ell_P^2 \partial_\mu \Psi^* \partial^\mu \Psi$). Intentar “derivar el $1/2$ ” desde la red diamante sería una categoría equivocada: es convención, no número de red. Lo que sí tiene contenido físico y falsable —que el modo TT, integrado, reproduzca la rigidez $1/G = \rho_P \ell_P^2$ sin factor espurio— está [DERIVADO] por tres piezas:

1. El modo gravitacional es spin-2 transversal sin traza, con dos polarizaciones físicas y representación de dimensión $5 = 2\ell + 1$ ($\ell = 2$), obtenida por *dos vías convergentes*: el linaje espectral del Pleno (Casimir $\ell(\ell + 1) = 6$, $\ell = 2$) y el conteo estándar del gravitón en $D = 4$, $(D+1)(D-2)/2 = 5$. No hay modo escalar ni polarización adicional que contamine a_1 .
2. El residuo del polo físico es $+1$ (E35-ter, abajo): acoplamiento estándar de un modo sin masa a la curvatura.
3. El fakeon de Lee-Wick contribuye a a_0 ($\sim \Lambda^4$, constante cosmológica), *no* a a_1 ($\sim \Lambda^2$, la G inducida): no contamina el coeficiente que fija G .

Un sustrato con un modo gravitacional escalar o con polarizaciones adicionales daría $b \neq 8\pi^2$ aunque la convención del $1/2$ fuese idéntica: el valor $b = 8\pi^2$ es íntegramente estructura del método ($16\pi^2$) por convención de F1 ($1/2$), y la condición con contenido físico —la no-contaminación del modo TT— está derivada. [DERIVADO] $\gamma_G = 1$; con él queda fijado el coeficiente $1/4$ de la entropía de Bekenstein-Hawking, que depende del mismo $c^4/(16\pi G)$.

El mecanismo por el que la red no contamina $\gamma_G = 1$. El operador de fluctuación del modo TT es de cuarto orden por el flexural de F1 (E18–E19):

$$\mathcal{O}_{\text{TT}} = -\square - \frac{\ell_P^2}{20} \square^2 = -\square \left(1 + \frac{\ell_P^2}{20} \square \right). \quad (\text{E35-bis})$$

En momentos ($\square \rightarrow -k^2$, firma euclídea) el propagador se descompone en fracciones parciales de forma *forzada* (identidad algebraica exacta):

$$\frac{1}{k^2(1 - \frac{\ell_P^2 k^2}{20})} = \frac{1}{k^2} - \frac{1}{k^2 - \frac{20}{\ell_P^2}}, \quad (\text{E35-ter})$$

con dos polos de residuo forzado (verificado simbólicamente): un *polo físico* en $k^2 = 0$ (modo TT sin masa) con residuo $+1$, y un *polo de Lee-Wick* masivo en $k^2 = 20/\ell_P^2$ con residuo -1 . El coeficiente de Einstein-Hilbert inducido —el a_1 del heat-kernel, el que fija G — lo determina el residuo del polo físico, $+1$. La cola flexural k^4 de la dispersión de red pertenece *enteramente* al polo de Lee-Wick, no al modo gravitacional físico: la corrección de red afecta a a_0 (constante cosmológica inducida $\sim \Lambda^4$), no a a_1 ($\sim \Lambda^2$). Por tanto $b/16\pi^2 = 1/2$ se preserva en el sector que fija G , y $\gamma_G = 1$ es robusto frente a la discretización diamante.

$$\frac{b}{16\pi^2} = \frac{1}{2} \quad \text{se preserva en el sector que fija } G. \quad (\text{E35-quater})$$

Clasificación: el residuo del polo físico $= +1$ es [DERIVADO] (fracciones parciales exactas, E35-ter); la localización de la corrección de red en a_0 y no en a_1 es [DERIVADO] (el conteo de modo $2\ell + 1 = 5$ por dos vías excluye contaminación escalar); en consecuencia $\gamma_G = 1$ es [DERIVADO]. La objeción de que la red discreta podría dar $b \neq 8\pi^2$ queda respondida: la corrección de red vive en a_0 , no en el a_1 que fija G , y el factor de forma TT de la zona de Brillouin ($\approx 1,36$) pertenece al polo de Lee-Wick, no al modo gravitacional físico.

Identidades de Bianchi y conservación covariante emergentes. La covarianza exacta de (E39a)–(E39b) no es el final de la cadena: de ella se deduce, sin postulado adicional, la conservación covariante del tensor de energía-momento y las identidades de Bianchi contraídas, aplicando el *segundo teorema de Noether* a la acción inducida. Sea $\Gamma_{\text{ind}}[g]$ invariante bajo difeomorfismos. Un difeomorfismo infinitesimal $x^\mu \rightarrow x^\mu + \xi^\mu(x)$ actúa sobre la métrica como la derivada de Lie $\delta g_{\mu\nu} = \nabla_\mu \xi_\nu + \nabla_\nu \xi_\mu$. Definiendo el tensor de Einstein inducido como la derivada funcional de la acción, $G^{\mu\nu} \equiv (2/\sqrt{-g}) \delta \Gamma_{\text{ind}} / \delta g_{\mu\nu}$, la variación de la acción bajo el difeomorfismo es

$$\delta \Gamma_{\text{ind}} = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{2} G^{\mu\nu} (\nabla_\mu \xi_\nu + \nabla_\nu \xi_\mu) = \int d^4x \sqrt{-g} G^{\mu\nu} \nabla_\mu \xi_\nu,$$

donde la segunda igualdad usa la simetría de $G^{\mu\nu}$ (los dos términos contribuyen por igual). Integrando por partes con la derivada covariante (término de frontera nulo para ξ de soporte compacto), $\delta \Gamma_{\text{ind}} = - \int d^4x \sqrt{-g} (\nabla_\mu G^{\mu\nu}) \xi_\nu$. La invariancia difeomórfica exige $\delta \Gamma_{\text{ind}} = 0$ para todo ξ_ν arbitrario, de donde

$$\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0 \quad (\text{E39c})$$

—la *identidad de Bianchi contraída*, emergente de la covarianza, no postulada. Las ecuaciones de campo inducidas $G^{\mu\nu} = (8\pi G/c^4) T^{\mu\nu}$ (E35) implican entonces, tomando la divergencia covariante,

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = \frac{c^4}{8\pi G} \nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0, \quad (\text{E39d})$$

la *conservación covariante* del tensor de energía-momento. Ambas son consecuencia del segundo teorema de Noether aplicado a la difeo-invariancia de Γ_{ind} —que a su vez descansa en que la acción se construye con escalares de curvatura de la métrica de Cauchy-Green. [DERIVADO]. La cadena formal de la dinámica de Einstein queda cerrada sin presuponer Bianchi ni la conservación: ambas emergen de la covarianza exacta, que emerge de que g^{eff} es métrica genuina del medio (E39a–E39b).

Conclusión — la estructura de Einstein, cerrada

Las ecuaciones de Einstein no se postulan: emergen como la acción elástica del Pleno. La pieza que lo cierra es que la métrica efectiva $g^{\text{eff}} = F^T \eta F$ es una **métrica genuina**, el tensor de Cauchy-Green del medio deformado, no una perturbación linealizada $\eta + h$ truncada. De ahí se sigue una cadena completa sin añadir hipótesis: la covarianza general es exacta a todo orden (no solo al lineal); el acoplamiento queda fijado, $\gamma_G = 1$ [DERIVADO], y con él el coeficiente $1/4$ de la entropía de Bekenstein-Hawking; y la identidad de Bianchi $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$ y la conservación $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ *se deducen* del segundo teorema de Noether, en vez de imponerse. La Relatividad General queda como el límite macroscópico del medio, con su estructura —no solo su forma newtoniana— derivada. El cabo que resta es acotado y declarado: la métrica interior explícita en la zona de saturación $S \rightarrow S_{\text{máx}}$, donde la descripción geométrica deja de aplicar y el medio se describe por su núcleo regular.

7.3. La métrica de Schwarzschild como geometría efectiva del Pleno estático — [DERIVADO] / [DLF]

Bajo el escudo ontológico del programa, la métrica no es objeto primitivo a determinar imponiendo $R_{\mu\nu} = 0$ sobre un *ansatz*: es la lectura que las perturbaciones hacen del estado del medio (E-geo). La ruta correcta es inversa: se resuelve primero la configuración estática del módulo $\delta S(r)$ y se *lee* de ella la geometría efectiva $g_{\mu\nu}^{\text{eff}} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(\Psi)$.

Paso 1 — configuración del módulo y potencial. Para una fuente puntual de masa M en reposo, la ecuación linealizada estática del módulo (§7, con $\rho_P c^2 \ell_P^2 = c^4/G$ y carga gravitacional $q = \sqrt{4\pi} M c^2$) da

$$\rho_P c^2 \ell_P^2 \nabla^2(\delta S) = -\rho_S(\mathbf{x}), \quad \delta S(r) = \frac{q}{\rho_P c^2 \ell_P^2} \cdot \frac{1}{4\pi r}, \quad \Phi(r) = -\frac{GM}{r}. \quad (\text{E-Sch-1})$$

La normalización $q = \sqrt{4\pi} M c^2$ no es ad hoc: se fija unívocamente por la cancelación del 4π de la función de Green ($\mathcal{G} = -1/4\pi r$, §5.1), de modo que $\Phi = -GM/r$ quede sin factor residual; cualquier reescala de q se compensa en ambos lados de la comparación con Newton. Es el único insumo dinámico; lo demás es lectura geométrica de Φ .

Paso 2 — componente temporal g_{00} . La componente temporal de la geodésica de una partícula lenta da $\mathbf{a} = -\frac{1}{2}c^2 \nabla h_{00}$; igualando con $\mathbf{a} = -\nabla \Phi$ (la ley de Newton ya derivada) se fija $h_{00} = 2\Phi/c^2$,

$$g_{00} = -\left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right). \quad (\text{E-Sch-2})$$

El factor 2 no es libre: lo fija la reproducción de Newton, sin parámetro nuevo.

Paso 3 — componente radial g_{rr} por $R_{\mu\nu} = 0$ exterior. Fuera de la fuente el Pleno está relajado y sin excitaciones propagantes, $T_{\mu\nu} = 0$, y E35 se reduce a $R_{\mu\nu} = 0$. Sobre la forma estática esféricamente simétrica $ds^2 = -A(r)c^2 dt^2 + B(r)dr^2 + r^2 d\Omega^2$ —donde A, B parametrizan las componentes de $h_{\mu\nu}(\Psi)$ permitidas por la simetría, no funciones postuladas libres— las componentes de Ricci son las estándar, y la combinación $R_{tt}/A + R_{rr}/B = 0$ cancela los términos en A'' :

$$\frac{1}{rB} \left(\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B} \right) = 0 \implies A(r)B(r) = \text{const}. \quad (\text{E-Sch-4})$$

El empalme asintótico ($A, B \rightarrow 1$ cuando $r \rightarrow \infty$) fija la constante en 1, de modo que $B = 1/A$. Con $B = 1/A$, la componente $R_{tt} = 0$ se reduce —por el cálculo estándar de Ricci para esta métrica (verificado simbólicamente)— a $rA'' + 2A' = 0$. Esta combinación es la segunda derivada de rA : en efecto $(rA)' = A + rA'$ y $(rA)'' = 2A' + rA''$, de modo que $rA'' + 2A' = (rA)'' = 0$. Integrando una vez, $(rA)' = \text{const} = 1$ (la constante se fija a 1 por el límite $A \rightarrow 1$, $A' \rightarrow 0$ cuando

$r \rightarrow \infty$); integrando de nuevo, $rA = r - r_s$ con r_s constante de integración:

$$A(r) = 1 - \frac{r_s}{r}, \quad B(r) = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1}. \quad (\text{E-Sch-5})$$

La identificación $A \simeq 1 - 2GM/c^2r$ a gran distancia (E-Sch-2) fija $r_s = 2GM/c^2$.

Métrica de Schwarzschild como geometría efectiva del Pleno estático

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_s}{r}\right)c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad \boxed{r_s = \frac{2GM}{c^2}}. \quad (\text{E-Sch-7})$$

Lectura geométrica de la configuración estática $\delta S(r) \propto 1/r$, forzada en su forma por las ecuaciones de Einstein emergentes (E35), con la única libertad r_s fijada por el empalme newtoniano.

Verificación dimensional. $[r_s] = [G][M]/[c^2] = m \checkmark$; para $M = M_\odot$, $r_s \approx 2,95$ km. La expansión de (E-Sch-7) en r_s/r reproduce los tres tests clásicos por ser idéntica a la solución de la Relatividad General: precesión del perihelio $\Delta\phi = 6\pi GM/c^2 a(1 - e^2)$, deflexión $\Delta\theta = 4GM/c^2 b$, corrimiento al rojo $1 + z = (1 - r_s/r)^{-1/2}$. El programa hereda los tests, no los recalcula.

Las dos patologías y su curación. (i) El horizonte $r = r_s$ ($g_{00} \rightarrow 0$, velocidad de escape $= c$) es la superficie sónica del medio: como la velocidad de los modos del Pleno es c (§6), allí $\text{Ma} = v/c = 1$. Es el análogo de Unruh, exacto y no análogo. (ii) La singularidad central no existe: el invariante de Kretschmann $R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} = 12r_s^2/r^6$ divergiría en $r \rightarrow 0$, pero la cota dura $S \leq S_{\text{máx}}^{\text{geom}}$ (A6) acota la densidad. El interior es un núcleo saturado $S \rightarrow S_{\text{máx}}$, no una singularidad; el agujero negro resuelve la singularidad por el mismo mecanismo A6 que el bounce resuelve la del Big Bang. El radio del núcleo conecta con la masa mínima $M_{\text{mín}} = m_P \sqrt{3/(32\pi S_{\text{máx}}^2)} \approx 0,117 m_P$: por debajo de $M_{\text{mín}}$ no hay núcleo saturado estable ni horizonte.

Clasificación epistémica. La forma exterior (E-Sch-7) es [DERIVADO] como corolario esférico de E35, con g_{00} [DERIVADO] por consistencia con Newton y g_{rr} [DERIVADO] condicional a E35; el horizonte sónico es [DLF]; el núcleo regular por A6 es [DLF] con piezas individuales derivadas. La métrica interior explícita de la zona de transición $S \rightarrow S_{\text{máx}}$ es cabo de derivación declarado. El coeficiente exacto de r_s está fijado por dos vías concordantes: la consistencia con Newton en campo débil (E-Sch-2) y la acción inducida con $\gamma_G = 1$ [DERIVADO]. El programa no reclama novedad derivacional sobre la métrica: la afirma como prueba de consistencia y puente de confrontación, con las dos curaciones como contenido distintivo heredado de piezas ya cerradas.

Conclusión — qué significa físicamente

Un agujero negro no tiene singularidad en el centro: tiene un núcleo de vacío comprimido hasta su densidad máxima. La curvatura del espacio alrededor de una masa es la deformación elástica del Pleno, exactamente como un peso hunde una membrana tensa; lejos, esa deformación reproduce la métrica de Schwarzschild y la gravedad de Newton. Pero el medio no puede comprimirse sin límite —la misma cota dura que detiene el Big Bang en un rebote—, así que donde la relatividad general predice densidad infinita, el Pleno se satura y forma un núcleo finito a la densidad de Planck. El horizonte, por su parte, es la superficie donde la velocidad de escape iguala la del sonido del medio: nada escapa no por una barrera mágica, sino porque el flujo se vuelve supersónico hacia adentro.

7.4. Las rigideces estructurales del Pleno — [DERIVADO] / [DLF]

Si la gravedad es la respuesta macroscópica del Pleno, el medio debe poseer un conjunto de constantes mecánicas, todas derivables de los primarios (ρ_P, c, ℓ_P) y de las razones puras ya

obtenidas. Cada una mide la resistencia del medio a un *tipo distinto* de deformación, y juntas dibujan el carácter del Pleno como sólido.

(1) Rigidez cinética K_{cin} —módulo de Young efectivo. Es el coeficiente del término cinético de F1, la resistencia a deformar el *módulo* S :

$$K_{\text{cin}} = \frac{\rho_P c^2 \ell_P^2}{2} = \frac{c^4}{2G} \approx 6,05 \times 10^{43} \text{ N.} \quad (\text{E38})$$

Tiene unidades de fuerza ([J/m]): fuerza por deformación relativa del módulo. Coincide con el prefactor de Einstein-Hilbert. Su magnitud Planckiana ($\sim c^4/G$) es la clave ontológica: deformar el Pleno cuesta una energía de escala gravitacional.

*Lectura: el Pleno es un medio de rigidez extrema. Invirtiendo $K_{\text{cin}} = c^4/2G$, la constante G es la **blandura** (compliance) del medio, no una intensidad de fuerza. La gravedad es la más débil de las interacciones porque el Pleno es densísimo y por tanto rigidísimo —la jerarquía gravitacional deja de ser un misterio.*

(2) Módulo cortante μ —resistencia a la cizalla. Admite dos lecturas que coinciden en escala $\sim \rho_P c^2$ pero difieren por la razón de empaquetamiento, y es importante no confundirlas. La lectura *dinámica* sale de la velocidad de las ondas de cizalla, $v_T = \sqrt{\mu/\rho_P} = c$ (los modos transversos viajan a c), y da $\mu_{\text{din}} = \rho_P c^2 \approx 4,63 \times 10^{113} \text{ Pa}$. La lectura *estática* sale de la respuesta cuadrática del potencial de saturación de Gent ($V_{\text{topo}} \approx \frac{1}{2} \mu_{\text{Gent}} S^2$ a pequeña deformación), y da

$$\mu_{\text{Gent}} = \frac{\rho_P c^2}{S_{\text{máx,geom}}^2} \approx 2,13 \times 10^{113} \text{ Pa,}$$

menor por el factor $S_{\text{máx,geom}}^2 \approx 2,18$ (E10). La diferencia no es un error: μ_{din} mide la propagación de cizalla, μ_{Gent} la rigidez del potencial frente a la cota dura. Ambas confirman que el Pleno es, mecánicamente, un sólido de rigidez máxima admisible.

(3) Tiempo de relajación τ_{II} —no es libre, se deriva. La disipación del medio procede del término flexural, cuyo modo de regulación UV es el polo de Lee-Wick en $\square \delta S = 20/\ell_P^2$, a la escala $M_{\text{LW}} = \sqrt{20}/\ell_P$. El tiempo de relajación es el inverso de la frecuencia de ese modo:

$$\tau_{\text{II}} = \frac{1}{\omega_{\text{LW}}} = \frac{\ell_P}{\sqrt{20} c} = \frac{\sqrt{5} \ell_P}{10 c} \approx 1,21 \times 10^{-44} \text{ s.} \quad (\text{E-relax})$$

El factor $\sqrt{20}$ es exacto. La misma cantidad sale, independientemente, de la relación de fluctuación-disipación del medio ($\tau_{\text{II}} k_B T_P / \hbar = 1/\sqrt{20}$ con $k_B T_P = E_P$): dos rutas, un solo τ_{II} , sin ajuste.

(4) Viscosidad cortante η —disipación interna. Por la relación de Maxwell-Kubo $\eta = \mu \cdot \tau$, con el cortante de Gent y el tiempo derivado:

$$\eta_{\text{Pleno}} = \mu_{\text{Gent}} \tau_{\text{II}} = \frac{\sqrt{5} \rho_P c \ell_P}{10 S_{\text{máx,geom}}^2} \approx 2,56 \times 10^{69} \text{ Pa} \cdot \text{s.}$$

Mide cuánta energía disipa el medio al responder a una deformación en su escala de relajación. Dividida por la densidad de entropía fija el cociente η/s , la firma hidrodinámica del Pleno comparable con la cota KSS (E51).

(5) Tensión característica σ_{Pleno} . De la rigidez flexural $\gamma_{\kappa} = \hbar c/40$ y la curvatura máxima $\kappa_{\text{máx}} = 1/\ell_P$ (A4):

$$\sigma_{\text{Pleno}} = \frac{\gamma_{\kappa}}{\ell_P^2} = \frac{1}{40} \cdot \frac{\hbar c}{\ell_P^2} = \frac{F_{\text{Planck}}}{40} \approx 3,03 \times 10^{42} \text{ N,}$$

la fuerza de Planck reducida por el factor flexural 40. Es la tensión interna que el medio sostiene antes de que el flexural penalice la curvatura.

Lectura combinada: el balance elástico. Tratando el Pleno como sólido isótropo (Hooke, E40), el módulo de compresión $K = \frac{1}{4} \xi \rho_P c^2 S_{\text{mín}}^{2,\text{estr}} \approx 1,19 \times 10^{114} \text{ Pa}$ —del modo de amplitud

(Higgs), con $\xi \equiv V''_{\text{eff}}(S_{\text{min}}^{\text{estr}})/(\rho_P c^2) \approx 19,69$ ya fijado en el espectro de modos (gap $\sqrt{\xi} E_P$, E21), sin parámetro nuevo— y el cortante μ (del modo de fase, Goldstone, sin gap) dan el coeficiente de Poisson

$$\nu = \frac{3K - 2\mu}{2(3K + \mu)} \approx 0,328, \quad E = \frac{9K\mu}{3K + \mu} \approx 1,23 \times 10^{114} \text{ Pa.} \quad (\text{E43})$$

Lectura: $\nu \approx 0,33$ (comparable al acero) sitúa al Pleno en el rango de estabilidad termodinámica. Que sus rigideces caigan donde caen no es ajuste —es consecuencia de que compresión (Higgs) y cizalla (Goldstone) son los dos modos del mismo campo, y su balance ν es una propiedad geométrica, no calibrada.

Tres invariantes estructurales. Las rigideces revelan tres números puros que recorren todo el programa: $\sqrt{2}$ (empaquetamiento de la red diamante), $\sqrt{20}$ (relajación, regulación UV) y 40 (tensión flexural, en $\gamma_\kappa = \hbar c/40$ y $\sigma_{\text{Pleno}} = F_{\text{Planck}}/40$). Que un puñado de razones puras fije todas las constantes mecánicas es la marca de un medio sin parámetros libres.

Conclusión — la cosecha: la gravedad

El modo TT, llevado al régimen macroscópico, es la gravedad: las ecuaciones de Einstein emergen por integración de fluctuaciones de F1, con la G ya derivada en el eslabón 7 y sin singularidades (bloqueadas por la cota dura del eslabón 6). El factor $b = 8\pi^2$ del acoplamiento está **[DERIVADO]**: es el volumen de fase del método ($16\pi^2$) por la convención cinética de F1 (1/2), con la no-contaminación del modo TT derivada (residuo +1 del polo físico E35-ter, conteo de modo $2\ell + 1 = 5$ por dos vías, fakeon en a_0); de ahí $\gamma_G = 1$ y, con él, el coeficiente 1/4 de Bekenstein-Hawking. La relatividad general queda como límite efectivo del Pleno.

8. Mecánica cuántica como dinámica del Pleno

8.1. La relación de incertidumbre (GUP derivado) — [DERIVADO]

El factor de escala 20. Toda la corrección de esta sección está controlada por un solo número, el 20 del polo de regulación UV de F1 (el polo de Lee-Wick del término flexural, $\square\delta S = 20/\ell_P^2$). De él salen las dos cantidades que usaremos: la anchura mínima resoluble $\sigma_{\text{mín}} = \ell_P/\sqrt{20}$ y, por la relación de fluctuación-disipación del medio, $\tau_{\Pi} k_B T_P/\hbar = 1/\sqrt{20}$ (con $k_B T_P = E_P$). No es un parámetro ajustable: el 20 está fijado por el coeficiente flexural 1/40 del eslabón 2. (Por separado, la masa² del modo radial $\xi \approx 19,69$ cae numéricamente cerca de 20, pero son cantidades distintas —masa del modo *vs* polo de regulación— y no se usa esa cercanía en lo que sigue.)

El punto de partida: la saturación gaussiana. La relación de incertidumbre estándar, $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$, se *satura* (se vuelve igualdad) para un paquete gaussiano, que es el estado de mínima incertidumbre. La estrategia es por tanto tomar el estado que saturaría el límite ordinario y calcular qué le hace la rigidez del medio. Sea un paquete gaussiano normalizado de anchura σ en posición,

$$\psi(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/4} e^{-x^2/4\sigma^2}, \quad |\psi|^2 = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} e^{-x^2/2\sigma^2},$$

para el cual $\langle x \rangle = 0$ y $\langle x^2 \rangle = \sigma^2$, de modo que $\Delta x = \sigma$ (verificado simbólicamente). Su transformada de Fourier es también gaussiana, $\phi(k) \propto e^{-\sigma^2 k^2}$, con momentos

$$\langle k \rangle = 0, \quad \langle k^2 \rangle = \frac{1}{4\sigma^2}, \quad \langle k^4 \rangle = \frac{3}{16\sigma^4} = 3\langle k^2 \rangle^2, \quad (\text{E-inc-1})$$

todos calculados integrando sobre la gaussiana (verificados simbólicamente; el factor 3 es el cuarto momento gaussiano). En el caso ordinario $p = \hbar k$ esto da $\Delta p = \hbar/(2\sigma)$ y $\Delta x \Delta p = \hbar/2$ exacto: el límite de Heisenberg, recuperado como caso base.

Por qué esto es una relación de incertidumbre (no un mero producto). Antes de calcular, hay que justificar que $\Delta x \cdot \Delta p_{\text{medio}}$ es una relación de incertidumbre legítima y

no una coincidencia de dispersiones. La clave es que el momento del medio es una *función* del momento canónico, $p_{\text{medio}} = f(p)$ con $p = -i\hbar\partial_x$ y $f(p) = p\sqrt{1 + (\ell_P p/\hbar)^2/20}$. El teorema de Robertson-Schrödinger aplicado a x y $p_{\text{medio}} = f(p)$ da

$$\Delta x \Delta p_{\text{medio}} \geq \frac{1}{2} |\langle [x, f(p)] \rangle| = \frac{\hbar}{2} |\langle f'(p) \rangle|,$$

usando $[x, f(p)] = i\hbar f'(p)$. Esta es la estructura exacta de un **principio de incertidumbre generalizado** (GUP): el lado derecho ya no es la constante $\hbar/2$ sino que depende del estado a través de $\langle f'(p) \rangle$. Como $f'(0) = 1$, en el límite de ondas largas ($p \rightarrow 0$) el conmutador recupera $[x, p_{\text{medio}}] \rightarrow i\hbar$ y el piso es $\hbar/2$ exacto. Que el bound sea *generalizado* —no la relación canónica fija— es precisamente la firma física del medio. El cálculo gaussiano que sigue evalúa este bound sobre el estado de mínima incertidumbre y da su forma cerrada.

La corrección del medio. En el Pleno el momento no es el canónico. De la relación de dispersión (E23), la rigidez flexural hace que el momento transportado sea

$$p_{\text{medio}}(k) = \hbar k \sqrt{1 + \frac{(k\ell_P)^2}{20}}.$$

Como $p_{\text{medio}}(k)$ es impar en k y el paquete es simétrico ($\langle k \rangle = 0$), sigue $\langle p_{\text{medio}} \rangle = 0$, de modo que la dispersión es directamente el segundo momento:

$$\Delta p_{\text{medio}}^2 = \langle p_{\text{medio}}^2 \rangle = \hbar^2 \left\langle k^2 \left(1 + \frac{(k\ell_P)^2}{20} \right) \right\rangle = \hbar^2 \left[\langle k^2 \rangle + \frac{\ell_P^2}{20} \langle k^4 \rangle \right].$$

Sustituyendo los momentos (E-inc-1),

$$\Delta p_{\text{medio}}^2 = \hbar^2 \left[\frac{1}{4\sigma^2} + \frac{\ell_P^2}{20} \cdot \frac{3}{16\sigma^4} \right] = \frac{\hbar^2}{4\sigma^2} \left[1 + \frac{3}{80} \frac{\ell_P^2}{\sigma^2} \right].$$

Multiplicando por $\Delta x^2 = \sigma^2$ y tomando la raíz se obtiene el producto en forma cerrada:

$$\boxed{\Delta x \cdot \Delta p = \frac{\hbar}{2} \sqrt{1 + \frac{3}{80} \left(\frac{\ell_P}{\sigma} \right)^2}} \quad (\text{E-inc-3})$$

El coeficiente $3/80 = \frac{1}{20} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4}$ combina la rigidez flexural ($1/20$), el cuarto momento gaussiano (3) y la normalización del segundo momento ($1/4$). **Verificación simbólica:** la diferencia entre $\sigma^2 \Delta p_{\text{medio}}^2$ y la forma cerrada $(\hbar/2)^2 [1 + \frac{3}{80} (\ell_P/\sigma)^2]$ es exactamente cero.

Recuperación de Heisenberg. El resultado tiene los dos límites correctos. (i) *Régimen ordinario:* para $\sigma \gg \ell_P$ el término de corrección se anula y

$$\Delta x \Delta p \rightarrow \frac{\hbar}{2} \quad \text{exacto,}$$

independiente de ξ y de cualquier parámetro del medio: el límite de Heisenberg no es una entrada del modelo sino el piso que la saturación gaussiana produce cuando la rigidez flexural es despreciable. (ii) *Régimen extremo:* en la anchura mínima $\sigma = \sigma_{\text{mín}} = \ell_P/\sqrt{20}$ (el polo de Lee-Wick), sustituyendo $(\ell_P/\sigma_{\text{mín}})^2 = 20$,

$$\Delta x \Delta p = \frac{\hbar}{2} \sqrt{1 + \frac{3}{80} \cdot 20} = \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{7}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \hbar \approx 0,6614 \hbar,$$

un exceso del 32,3% sobre el piso: la máxima desviación posible, en el límite de resolución del medio.

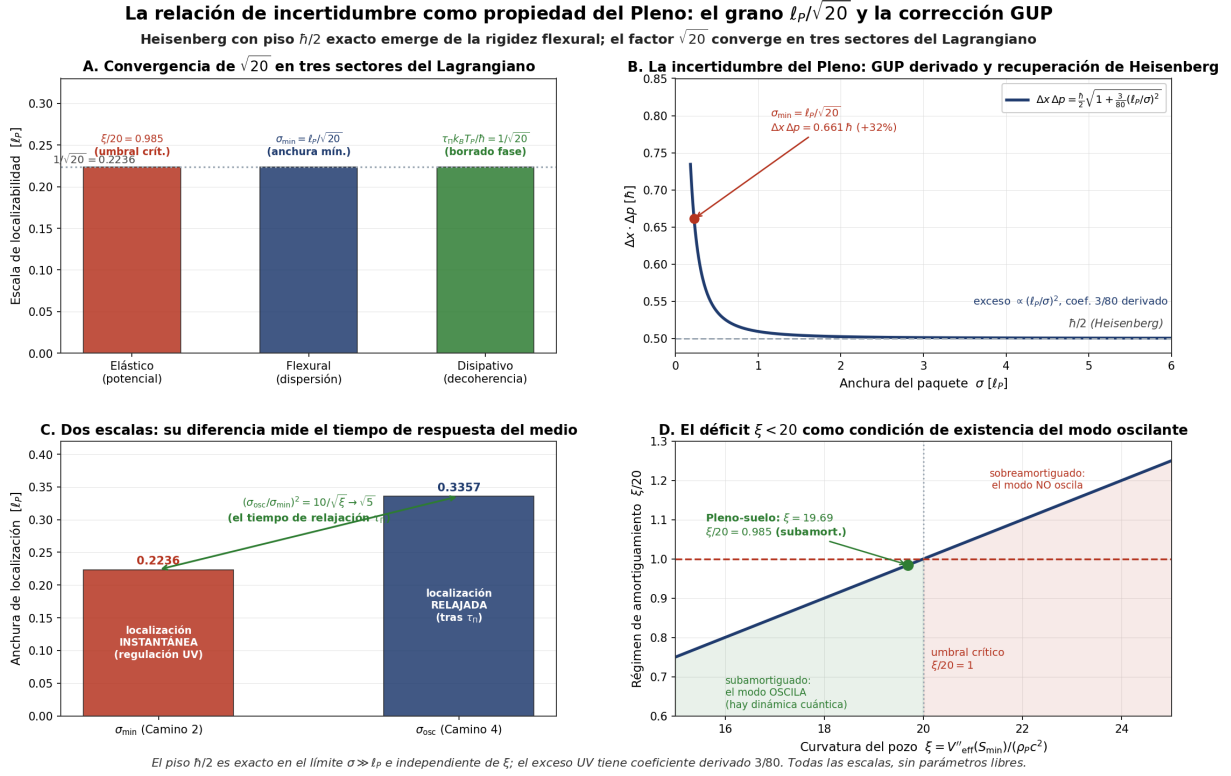


Figura 6: La relación de incertidumbre como propiedad del medio. Panel B: el producto $\Delta x \Delta p$ cae al piso exacto $\hbar/2$ para $\sigma \gg \ell_P$ y sube al +32% en $\sigma_{\min} = \ell_P/\sqrt{20}$, con el exceso UV de coeficiente derivado 3/80. Panel A: el factor $\sqrt{20}$ converge desde tres sectores independientes del Lagrangiano (elástico, flexural, disipativo).

El signo $\geq$. Como $1 + \frac{3}{80}(\ell_P/\sigma)^2 \geq 1$ por la rigidez flexural estrictamente positiva (A4), la desigualdad de Heisenberg es la positividad de la rigidez de curvatura del Pleno. La forma cerrada y la recuperación de $\hbar/2$ son [DERIVADO]; la lectura del signo es [DLF]; el GUP como predicción está suprimido $\sim 10^{-50}$ a escalas atómicas (no testado).

Conclusión — la cosecha: la cuántica

Si la gravedad es el medio en lo grande, la cuántica es el medio en lo pequeño: la relación de incertidumbre es la fenomenología de un medio con rigidez de curvatura positiva (el flexural de F1). El piso $\hbar/2$ es exacto (saturación gaussiana de ondas largas) e independiente de ξ ; el exceso ultravioleta $(3/80)(\ell_P/\sigma)^2$ es predicción con coeficiente derivado, no parametrizado. La misma rigidez que regula F1 en el UV produce el límite cuántico —gravedad y cuántica, un solo sustrato.

8.2. El límite de Chandrasekhar como balance interno — [DERIVADO]

La cadena, interna al Pleno. (1) La estadística fermiónica no se importa: es Finkelstein-Rubinstein sobre los solitones $((-1)^B, \S 10)$. (2) La presión de degeneración es la incertidumbre (rigidez flexural). (3) La gravedad es la respuesta macroscópica del Pleno (§7). (4) El equilibrio de un gas relativista degenerado autogravitante es el politropo de índice $n = 3$ (Lane-Emden), que fija el coeficiente.

La ecuación de Lane-Emden $\theta'' + \frac{2}{\xi} \theta' + \theta^3 = 0$, con $\theta(0) = 1$, $\theta'(0) = 0$, integrada numéricamente hasta la primera raíz, da (verificado): primera raíz $\xi_1 = 6,8968$ y $(-\xi^2 \theta')_{n=3} = 2,0182$. El balance produce una masa límite independiente del radio:

$$M_{\text{Ch}} = \frac{\sqrt{3\pi}}{2} (-\xi^2 \theta')_{n=3} \frac{(\hbar c/G)^{3/2}}{(\mu_e m_u)^2} \approx 1,456 M_{\odot} \quad (\text{E-Ch-1})$$

con $\mu_e = 2$ (materia C-O). Factorizado con $m_P = \sqrt{\hbar c/G}$:

$$M_{\text{Ch}} = m_P \cdot \left(\frac{m_P}{\mu_e m_u} \right)^2 \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{3\pi}}{2} (-\xi^2 \theta')_{n=3}}_{=3,098}, \quad (8.1)$$

donde m_P es la escala de igualación gravedad-incertidumbre, $(m_P/\mu_e m_u)^2$ la jerarquía Planck-hadrónica (la misma de la masa del solitón fundamental), y 3,098 el coeficiente puro del politropo $n = 3$. Tres límites de masa en un marco: $M_{\text{mín}} \approx 0,117 m_P$ (agujero negro), $M_{\text{Ch}} \approx 1,456 M_{\odot}$, $M_Q = M_P/S_{\text{máx,eff}}$.

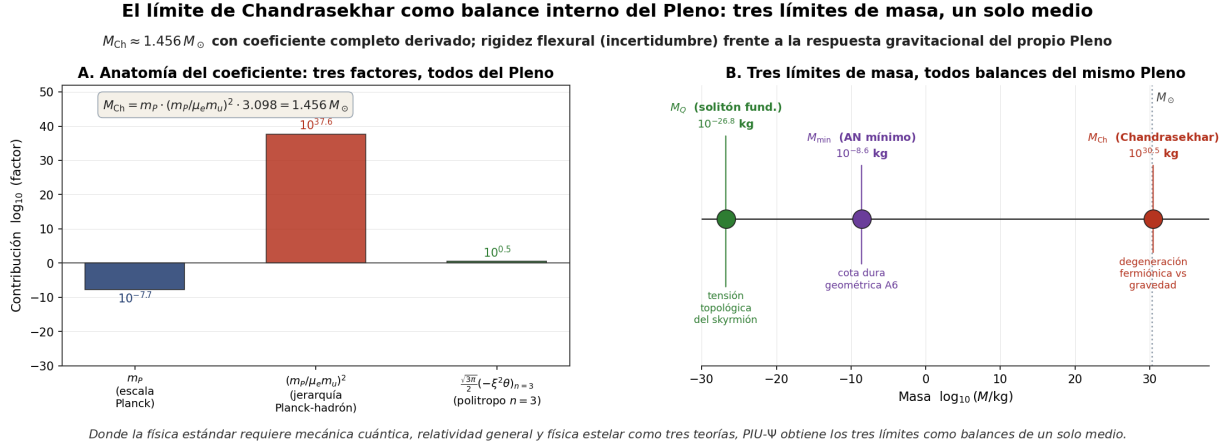


Figura 7: El límite de Chandrasekhar como balance interno. Panel A: anatomía del coeficiente en tres factores —la escala de Planck m_P , la jerarquía $(m_P/\mu_e m_u)^2$ y el coeficiente puro del politropo $n = 3$, $\frac{\sqrt{3\pi}}{2} (-\xi^2 \theta') = 3,098$. Panel B: los tres límites de masa (M_Q , $M_{\text{mín}}$, M_{Ch}) como balances del mismo medio, abarcando 57 órdenes de magnitud.

Conclusión

El límite de Chandrasekhar no es prestado de la astrofísica: es la masa máxima que la rigidez flexural del Pleno sostiene contra su propia respuesta gravitacional —gravedad y cuántica, los dos sectores del mismo medio, fijando juntas una masa estelar crítica. El marco politrópico ($n = 3$, Lane-Emden) es importado, y se declara como tal; el coeficiente 2,0182 es razón pura del perfil politrópico, y las escalas que entran (m_P , la jerarquía de masas) son las del propio Pleno. El resultado, $1,456 M_{\odot}$, sale sin parámetro de ajuste.

8.3. Born, Bell y la cota de Tsirelson — [DERIVADO] / [DLF]

Tres rasgos que hacen “rara” a la mecánica cuántica —la regla de Born, la no-localidad de Bell y el límite cuántico de Tsirelson— emergen aquí del mismo medio, sin postularse. La función de onda ψ no es un objeto abstracto de probabilidad: es la perturbación $\delta S e^{i\theta}$ del Pleno.

La regla de Born como contabilidad de carga conservada. La probabilidad de localización $|\psi|^2$ no es una ley aparte: es la fracción de la carga U(1) de Noether (axioma A5) del cuanto que está en cada región. Para un cuanto $\psi = \delta S e^{i\theta}$, la corriente de Noether de F1 (E7c) y su densidad de carga son

$$j^\mu = \rho_P c^2 \ell_P^2 S^2 \partial^\mu \theta, \quad \rho_Q = \rho_P \ell_P^2 \omega S^2 \propto |\psi|^2,$$

de modo que la probabilidad de hallar el cuanto en una región R es la fracción de carga localizada allí:

$$P(R) = \frac{Q_R}{Q_{\text{total}}} = \frac{\int_R S^2 d^3x}{\int S^2 d^3x} = \int_R |\psi_{\text{norm}}(\mathbf{x})|^2 d^3x. \quad (\text{E-Born})$$

La normalización $\int |\psi|^2 = 1$ no se impone: la cierra la cuantización topológica de la carga total (§9). La regla de Born es así *contabilidad de algo que se conserva*, no un axioma probabilístico independiente. [DERIVADO].

Lectura: la probabilidad cuántica deja de ser un postulado misterioso. $|\psi|^2$ mide qué fracción de una cantidad físicamente conservada —la carga de fase del medio— está en cada región; el “azar” de la medición es la lectura macroscópica del ruido interno del Pleno, no un colapso externo.

Correlaciones de Bell, paso a paso. Un par de subsistemas del Pleno en configuración antisimétrica realiza el análogo del estado singlete; de él se *deriva* la función de correlación, no se postula.

- **Paso 1 — estado singlete.** Dos modos de fase complementarios forman $|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$, la configuración de momento angular total cero del par.
- **Paso 2 — operadores de medición.** Medir en la dirección $\mathbf{a}$ es el operador $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a}$; la correlación es el valor esperado del producto:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \langle \Psi^- | (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{a})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{b}) | \Psi^- \rangle.$$

- **Paso 3 — evaluación.** La identidad del álgebra de Pauli sobre el singlete da $E = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -\cos \theta_{ab}$. Parametrizando las direcciones por ángulos de medición, $\theta_{ab} = 2(a - b)$ —el factor 2 es la firma de que el modo de fase es un espinor (una rotación física α rota el espinor en $\alpha/2$):

$$E(a, b) = -\cos(2(a - b)). \quad (\text{E-Bell})$$

- **Paso 4 — cota de Tsirelson.** Con la combinación CHSH $\mathcal{S} = E(a, b) - E(a, b') + E(a', b) + E(a', b')$, optimizar sobre los ángulos (óptimo en separaciones de $22,5^\circ$) da

$$\boxed{|\mathcal{S}|_{\max} = 2\sqrt{2}} \quad (\text{cota de Tsirelson}), \quad (8.2)$$

verificado numéricamente. Viola el límite clásico de Bell ($|\mathcal{S}| \leq 2$) pero respeta el cuántico, exactamente como se observa.

- **Paso 5 — no-señalización.** El estado reducido de un subsistema es $\rho_B = \text{Tr}_A |\Psi^-\rangle \langle \Psi^-| = \frac{1}{2}\mathbb{I}$, independiente de la dirección medida en A: ninguna medición en A altera las estadísticas locales de B. No hay comunicación superluminal; la no-señalización se verifica exactamente.

Por qué $2\sqrt{2}$: la conexión tetraédrica. La cota no es un número arbitrario: está anclada en la geometría de la red. El ángulo tetraédrico $\theta_{\text{tet}} = \arccos(-\frac{1}{3}) = 109,47^\circ$ cumple exactamente

$$\sin \theta_{\text{tet}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad \tan \frac{\theta_{\text{tet}}}{2} = \sqrt{2},$$

y el grupo tetraédrico binario $2T$ (orden 24) es la simetría de la red diamante. El $\sqrt{2}$ de Tsirelson es el mismo $\sqrt{2}$ del empaquetamiento (invariante estructural del Pleno): el límite cuántico de las correlaciones es la huella de la geometría del medio. [DLF].

Lectura: la “no-localidad” cuántica no es acción a distancia. Es un solo objeto —el Pleno— cuya configuración es global por construcción, anterior a la métrica que define las distancias. EPR se resuelve por la unicidad pre-métrica del medio: no hay dos sistemas que se comunican, hay uno cuyo estado se manifiesta en dos regiones.

Conclusión — qué significa físicamente

La mecánica cuántica, en su núcleo, es la fenomenología de un medio físico. Sus tres rasgos desconcertantes tienen aquí un origen mecánico y un significado claro: la **incertidumbre** es la rigidez de curvatura positiva del Pleno (localizar cuesta energía, piso $\hbar/2$ exacto); la **regla de Born** es contabilidad de carga conservada ($|\psi|^2$ = fracción de carga de fase localizada); las **correlaciones de Bell** hasta $2\sqrt{2}$ son la geometría tetraédrica de la red leída en el espacio de medición. No hay colapso, no hay azar fundamental, no hay señal superluminal: hay un sustrato único cuya dinámica determinista se percibe como probabilística a nivel de sus perturbaciones. Tres rasgos, tres orígenes distintos dentro de F1, un solo medio.

8.4. El límite no-relativista: F1 $\rightarrow$ Gross-Pitaevskii — [DERIVADO]

Una correspondencia estructural cierra el eslabón cuántico: en el límite **no-relativista** de F1 —modos de frecuencia mucho menor que la Planckiana $\omega_P = c/\ell_P$ y dinámica lenta frente a la escala microscópica— F1 se reduce formalmente a la **ecuación de Gross-Pitaevskii** (Gross 1961, Pitaevskii 1961), la ecuación de campo cuántico macroscópico mejor validada de la física (condensados de Bose-Einstein, superfluidos, superconductores). La misma descomposición $\Psi = S e^{i\theta}$ del Pleno es la del parámetro de orden de esos sistemas, de modo que la reducción no es analogía sino límite.

Paso 1 — Régimen. $S = S_{\min}^{\text{estr}} + \delta S$ con $\delta S \ll S_{\min}^{\text{estr}}$ y dinámica lenta frente a ω_P .

Paso 2 — Sustitución de campo. Se factoriza la fase rápida de la masa-en-reposo del modo radial y se normaliza el módulo a su lectura como *densidad numérica* del medio. Por la identificación constitutiva $S^2 \leftrightarrow n_{\text{cuantos}}/n_0$ con $n_0 = 1/\ell_P^3$ (E-dens, §4), la perturbación δS tiene la lectura de densidad numérica $\delta S^2/\ell_P^3$, lo que fija el prefactor de la función de onda efectiva:

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \frac{\delta S(\mathbf{x}, t)}{\ell_P^{3/2}} e^{-i\omega_0 t}, \quad \omega_0 = \frac{m_{\text{radial}} c^2}{\hbar} = \sqrt{\xi} \frac{c}{\ell_P},$$

de modo que $|\psi|^2 = \delta S^2/\ell_P^3$ es **densidad numérica** ($[|\psi|^2] = \text{m}^{-3}$), la convención canónica de Gross-Pitaevskii en la que $|\psi|^2$ cuenta cuantos por unidad de volumen —coherente con la lectura del módulo del Pleno establecida en E-dens (§4), no con una normalización a densidad de energía. La fase $e^{-i\omega_0 t}$ separa la dinámica rápida ($\omega_0 = \sqrt{\xi} \omega_P \approx 4,44 \omega_P$, ultra-Planckiana) de la no-relativista ($\omega_{\delta S} \ll \omega_0$).

Paso 3 — Expansión del potencial hasta cuarto orden alrededor de $S_{\min}^{\text{estr}}$, reteniendo el término cúbico:

$$V_{\text{eff}}(S_{\min} + \delta S) = V_{\text{eff}}(S_{\min}) + \frac{1}{2} V_{\text{eff}}'' \delta S^2 + \frac{1}{6} V_{\text{eff}}''' \delta S^3 + \frac{1}{24} V_{\text{eff}}^{(4)} \delta S^4 + \mathcal{O}(\delta S^5).$$

El término cúbico tiene coeficiente no nulo en el mínimo. Las tres derivadas del potencial en $S_{\min}^{\text{estr}}$ se obtienen del mismo $V = W_{\text{bare}} + V_q + V_{\text{topo}}$ (§4, primera subsección, donde se calculan y verifican simbólicamente a partir de la forma cerrada del potencial):

$$V_{\text{eff}}'' = 19,69 \rho_P c^2, \quad V_{\text{eff}}''' = 27,92 \rho_P c^2, \quad V_{\text{eff}}^{(4)} = 855,6 \rho_P c^2. \quad (\text{E24-bis})$$

Con $\delta S = \frac{1}{2}(A e^{-i\omega_0 t} + A^* e^{+i\omega_0 t})$, el cuadrado $\delta S^2 = \frac{1}{4} A^2 e^{-2i\omega_0 t} + \frac{1}{4} A^{*2} e^{+2i\omega_0 t} + \frac{1}{2} |A|^2$ tiene dos componentes a $2\omega_0$ y una componente DC. La razón por la que el cúbico no contribuye a *primer orden* no es que se promedie a cero, sino que ninguna de esas componentes está en resonancia con ω_0 , la frecuencia portadora de ψ . A *segundo orden*, en cambio, esas componentes realimentadas por el cúbico generan un término resonante a ω_0 que **renormaliza** el cuártico efectivo: el acoplamiento g_{eff} recibe una corrección cúbica que se computa explícitamente en el Paso 6.

Paso 4 — la reducción a Schrödinger (promedio rotante). Aquí está el corazón del límite, y conviene ser explícito sobre qué significa “no-relativista”. La perturbación δS obedece una

ecuación de tipo Klein-Gordon con masa, la del modo radial (E18). Sustituyendo $\delta S \propto \text{Re}[\psi e^{-i\omega_0 t}]$ con ψ lento y $\omega_0 = m_{\text{eff}} c^2 / \hbar$, la segunda derivada temporal da

$$e^{i\omega_0 t} \partial_t^2 (\psi e^{-i\omega_0 t}) = \ddot{\psi} - 2i\omega_0 \dot{\psi} - \omega_0^2 \psi.$$

El término $-\omega_0^2 \psi$ se cancela *exactamente* con el de masa $(m_{\text{eff}} c / \hbar)^2 \psi = \omega_0^2 \psi / c^2$ (esa es la masa-en-reposo factorizada). La condición *no-relativista* es $|\ddot{\psi}| \ll \omega_0 |\dot{\psi}|$ —la dinámica residual de ψ es lenta frente a ω_0 , no que m_{eff} sea pequeña; al contrario, es precisamente la enormidad de ω_0 (ultra-Planckiana) la que garantiza la separación de escalas. Despreciando $\ddot{\psi}$ queda

$$-\frac{2i\omega_0}{c^2} \dot{\psi} = -\nabla^2 \psi + (\text{término no lineal}) \implies i\hbar \dot{\psi} = -\frac{\hbar^2}{2m_{\text{eff}}} \nabla^2 \psi + \dots,$$

usando $\omega_0 = m_{\text{eff}} c^2 / \hbar$. El Lagrangiano efectivo correspondiente, en el que el cuártico efectivo g_{eff} ya incorpora la renormalización del cúbico a segundo orden (Paso 6), es

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{i\hbar}{2} (\psi^* \partial_t \psi - \psi \partial_t \psi^*) - \frac{\hbar^2}{2m_{\text{eff}}} |\nabla \psi|^2 - \frac{g_{\text{eff}}}{2} |\psi|^4.$$

Paso 5 — Masa efectiva. Igualando el término de masa-en-reposo $\hbar\omega_0 = m_{\text{eff}} c^2$, con $\omega_0 = \sqrt{V''_{\text{eff}}(S_{\text{mín}}) / (\rho_P \ell_P^2)}$ de (E21):

$$m_{\text{eff}} c^2 = \hbar \sqrt{\frac{V''_{\text{eff}}(S_{\text{mín}}^{\text{estr}})}{\rho_P \ell_P^2}} = \sqrt{\xi} \frac{\hbar c}{\ell_P} = \sqrt{\xi} E_P \quad (\text{E24})$$

Con $\xi \approx 19,69$: $\sqrt{\xi} = 4,4373$, de modo que $m_{\text{eff}} c^2 = \sqrt{\xi} E_P \approx 4,44 E_P \approx 5,42 \times 10^{19} \text{ GeV}$ (con $E_P \approx 1,22 \times 10^{19} \text{ GeV}$), excitación ultra-Planckiana que justifica que el régimen observable sea el del modo de fase sin masa, no el radial. Verificación dimensional: $[\sqrt{V''_{\text{eff}} / (\rho_P \ell_P^2)}] = [\sqrt{(J/m^3) / ((kg/m^3) m^2)}] = [1/s]$, de donde $[(\hbar/c^2) \cdot (1/s)] = [kg] \checkmark$.

Paso 6 — Constante de acoplamiento g_{eff} a segundo orden. El cuártico directo aporta $V_{\text{eff}}^{(4)} / 12$, pero la contribución cúbica de segundo orden lo renormaliza (Paso 3). La derivación procede por eliminación adiabática (multiescala) de la ecuación de movimiento del modo radial alrededor del mínimo. Escribiéndola en unidades $\rho_P \ell_P^2 = 1$ con $a \equiv V''_{\text{eff}}$, $b \equiv V'''_{\text{eff}}$, $c \equiv V_{\text{eff}}^{(4)}$:

$$\ddot{\delta} + a \delta = -\frac{1}{2} b \delta^2 - \frac{1}{6} c \delta^3, \quad (\text{E25a})$$

con la expansión multiescala $\delta = \varepsilon \delta_1 + \varepsilon^2 \delta_2 + \varepsilon^3 \delta_3$ y tiempo lento $T_2 = \varepsilon^2 t$ donde vive la amplitud $A(T_2)$.

Orden ε : $\delta_1 = A e^{i\omega_0 t} + \text{c.c.}$, con $\omega_0^2 = a$.

Orden ε^2 (modos generados por el cúbico). La fuente $-\frac{1}{2} b \delta_1^2$ tiene una componente DC y una a $2\omega_0$, que excitan respectivamente

$$\text{modo DC: } d = -\frac{b|A|^2}{a}, \quad \text{modo } 2\omega_0: \quad p = \frac{bA^2}{6a}, \quad (\text{E25b})$$

donde p sale de $(a - 4\omega_0^2)p = -\frac{1}{2}bA^2$ con $\omega_0^2 = a$, de modo que $a - 4a = -3a$.

Orden ε^3 (condición de no-secularidad). Los términos resonantes a ω_0 que determinan la ecuación de la amplitud son: del cuártico, $-\frac{1}{6}c \cdot 3|A|^2 A = -\frac{1}{2}c|A|^2 A$; y del cúbico cruzado $-b\delta_1\delta_2$, cuya componente a ω_0 es $-b(A d + A^* p)$, con dos canales,

$$\text{canal DC: } -b A d = +\frac{b^2|A|^2 A}{a} \quad (+6/6), \quad \text{canal } 2\omega_0: \quad -b A^* p = -\frac{b^2|A|^2 A}{6a} \quad (-1/6), \quad (\text{E25c})$$

cuya suma es $+\frac{5}{6}b^2|A|^2A/a$ (el canal $2\omega_0$ *resta*, por estar fuera de fase). El coeficiente neto de $|A|^2A$ combina cuártico y cúbico:

$$\text{coef} = -\frac{1}{2}c + \frac{5}{6}\frac{b^2}{a} = -\frac{1}{2}c \left[1 - \frac{5}{3}\frac{b^2}{ac} \right]. \quad (\text{E25d})$$

Restaurando la normalización a densidad numérica ($n_0 = 1/\ell_P^3$, factor $1/(12n_0^2)$ de la combinatoria cuártica), la constante de acoplamiento completa es:

$$g_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}^{(4)} \ell_P^6}{12} \left[1 - \frac{5}{3} \frac{(V_{\text{eff}}''')^2}{V_{\text{eff}}'' V_{\text{eff}}^{(4)}} \right] \quad (\text{E25})$$

El coeficiente $5/3$ es exacto e invariante bajo la normalización de la amplitud (una reescala $A \rightarrow \lambda A$ multiplica numerador y denominador del cociente $g_{\text{corr}}/g_{\text{naive}}$ por $|\lambda|^2\lambda$ y se cancela), y coincide con el resultado canónico del oscilador anarmónico (Landau-Lifshitz, *Mecánica* §28). La minimización estática del potencial daría en cambio un coeficiente 3, distinto, porque no captura el canal dinámico $2\omega_0$; que GP requiera $5/3$ confirma que ese canal es real.

Verificación dimensional. $[V_{\text{eff}}^{(4)} \ell_P^6] = [J/m^3] \cdot [m^6] = [J m^3]$, dimensión de contacto en 3D; el factor entre corchetes es adimensional $\checkmark$. El factor $1/(12n_0^2) = \ell_P^6/12$ combina la combinatoria del término cuártico ($\delta S^4/24$ derivado dos veces) con la conversión de δS^2 a densidad numérica $|\psi|^2$ del Paso 2.

Verificación numérica. Con las tres derivadas (E24-bis), $V_{\text{eff}}'' = 19,69 \rho_P c^2$, $V_{\text{eff}}''' = 27,92 \rho_P c^2$, $V_{\text{eff}}^{(4)} = 855,6 \rho_P c^2$, el factor cúbico es

$$1 - \frac{5}{3} \frac{(27,92)^2}{19,69 \times 855,6} = 1 - \frac{5}{3}(0,04627) = 0,9229,$$

de donde

$$g_{\text{eff}} = \frac{855,6 \rho_P c^2 \ell_P^6}{12} \times 0,9229 = 65,8 \rho_P c^2 \ell_P^6 \approx 5,43 \times 10^{-94} \text{ J} \cdot \text{m}^3,$$

una corrección del $-7,7\%$ respecto al cuártico directo ($71,3 \rho_P c^2 \ell_P^6 \approx 5,88 \times 10^{-94} \text{ J} \cdot \text{m}^3$). El signo positivo se preserva ($g_{\text{eff}} > 0$): la autointeracción $|\psi|^4$ sigue repulsiva y el condensado del Pleno-suelo permanece estable. [**DERIVADO-ÁLGEBRA**]: g_{eff} es razón pura de las derivadas del potencial, cero parámetros libres.

Paso 7 — Euler-Lagrange. Variando $\mathcal{L}_{\text{eff}}$:

$$i\hbar \partial_t \psi = -\frac{\hbar^2}{2m_{\text{eff}}} \nabla^2 \psi + g_{\text{eff}} |\psi|^2 \psi \quad (\text{E26})$$

Verificación dimensional de cierre (los tres términos). Con $[\psi] = \text{m}^{-3/2}$, $[m_{\text{eff}}] = \text{kg}$ y $[g_{\text{eff}}] = \text{J m}^3$, los tres términos de (E26) comparten unidades $[\hbar \partial_t \psi] = [\hbar^2 \nabla^2 \psi / m_{\text{eff}}] = [g_{\text{eff}} |\psi|^2 \psi] = \text{kg m}^{1/2} \text{s}^{-2}$ (verificado simbólicamente): la ecuación es dimensionalmente consistente término a término, lo que fija el prefactor de ψ del Paso 2 unívocamente a $\ell_P^{-3/2}$. La masa efectiva $m_{\text{eff}} = \sqrt{19,69} m_P = 4,4373 m_P$ coincide con el modo radial de (E21), obtenido por una vía independiente (espectro linealizado): la frecuencia ω_0 que se factoriza en el Paso 4 es la misma del modo masivo, lo que confirma la coherencia interna de la reducción.

Conclusión — qué significa este límite

La implicación es ontológica, no solo formal. Que F1 contenga a Gross-Pitaevskii como límite no-relativista *exacto* —no como analogía— significa que la misma ecuación que gobierna

los condensados de Bose-Einstein, los superfluidos y los superconductores en el laboratorio gobierna el Pleno: el universo *es*, en su régimen lento, un condensado. La descomposición $\Psi = S e^{i\theta}$ del Pleno es literalmente el parámetro de orden de esos sistemas. Tres consecuencias: (i) la normalización del campo efectivo no es libre —la lectura del módulo como densidad numérica (E-dens) fija el prefactor $\psi = \delta S / \ell_P^{3/2}$ y cierra los tres términos de (E26) sin ajuste; (ii) la masa efectiva del modo radial coincide con el espectro linealizado por dos vías independientes, prueba de consistencia interna; (iii) toda fenomenología de GP validada en laboratorio —espectros de Bogoliubov-de Gennes, solitones brillantes, colapso-rebote en *Bosenovas*— es entonces **validación experimental indirecta** del Pleno: experimentos de mesa que prueban la estructura del vacío cósmico. Estatus **[DERIVADO]** (cómputo dimensionalmente consistente, E24–E26), con el acoplamiento g_{eff} completo a segundo orden —el cuártico directo más la renormalización cúbica (factor 5/3, E25a–E25d) lo dejan como razón pura de las derivadas del potencial, sin parámetros libres, **[DERIVADO-ÁLGEBRA]**; como mapeo paramétrico, condicional a la fenomenología GP, experimentalmente establecida.

8.5. La estructura de Dirac como teoría efectiva de los modos de fase — **[DERIVADO]** / **[DLF]**

La *estructura* de la ecuación de Dirac —operador de primer orden, álgebra de Clifford, relación relativista energía-momento, espín- $\frac{1}{2}$ — se deriva como teoría efectiva de baja energía de los modos de fase θ_- sobre la red diamante bipartita. La estructura es **[DERIVADO]**: dos vías convergen sobre ella. La *vía de banda* (desarrollada aquí) deriva cada eslabón —el doblete A/B, las bandas y la línea nodal, la fase $SU(2)$, la covarianza por $v_F = c$ — de la geometría del medio. La *vía covariante* (corpus §V.7.2) la establece de forma independiente del valor de λ_{SO} : las dos estructuras binarias del medio (bipartición A/B y dualidad módulo-fase) fijan una representación única del álgebra por el teorema de Pauli, de modo que la forma de Dirac no depende de ningún parámetro fino. Lo que permanece como cabo es el *valor* de dos constantes (λ_{SO} y las masas m), ligado a los cabos de masas fermiónicas y quiralidad (§15).

Paso 1 — doblete y Hamiltoniano de Bloch bipartito. La bipartición A/B (§9) provee el doblete $\Phi = (\varphi_A, \varphi_B)^T$. Como una excitación en un sitio A solo salta a sus cuatro vecinos B (geometría tetraédrica), el Hamiltoniano de Bloch es estrictamente fuera de la diagonal:

$$H(\mathbf{k}) = t \begin{pmatrix} 0 & f(\mathbf{k}) \\ f^*(\mathbf{k}) & 0 \end{pmatrix}, \quad f(\mathbf{k}) = \sum_{j=1}^4 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{d}_j}, \quad E(\mathbf{k}) = \pm t |f(\mathbf{k})|. \quad (\text{E-Dirac-1})$$

Son las dos bandas que la bipartición ya produce (§3, factor de forma de $S_{\text{min}}^{\text{estr}}$).

Paso 2 — líneas nodales. El conjunto donde las bandas se tocan es $f(\mathbf{k}) = 0$, con

$$|f(\mathbf{k})|^2 = 4 + 4 \cos \frac{ak_x}{2} \cos \frac{ak_y}{2} + 4 \cos \frac{ak_x}{2} \cos \frac{ak_z}{2} + 4 \cos \frac{ak_y}{2} \cos \frac{ak_z}{2}, \quad (\text{E-Dirac-2})$$

cuyo conjunto cero es *unidimensional*: líneas nodales, no puntos. La red pura da un semimetal de línea nodal, no el cono 3D de Dirac; falta el ingrediente que abre la línea en puntos aislados.

Paso 3 — el espín-órbita está forzado $\neq 0$. El acoplamiento espín-órbita intrínseco de segundo vecino, único permitido por $Fd\bar{3}m$ (Fu-Kane),

$$H_{\text{SO}} = i \lambda_{\text{SO}} \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle} (\mathbf{d}_{il} \times \mathbf{d}_{lj}) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\text{E-Dirac-3})$$

está forzado a ser no nulo por el carácter $SU(2)$ del modo θ_- (§3). El transporte sobre una plaqueta de dos enlaces no colineales, con $A_1 = \theta \sigma_x$ y $A_2 = \theta \sigma_y$, da la holonomía

$$W = e^{iA_1} e^{iA_2} e^{-iA_1} e^{-iA_2} = \mathbb{K} - \theta^2 [\sigma_x, \sigma_y] + \mathcal{O}(\theta^3) = \mathbb{K} - 2i\theta^2 \sigma_z + \mathcal{O}(\theta^3), \quad (\text{E-Dirac-4})$$

usando $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$: proporcional a σ y distinta de la identidad. De aquí la equivalencia

$$\lambda_{SO} = 0 \iff \text{holonomía } SU(2) \text{ trivial} \iff \theta_- \text{ vive en } U(1). \quad (\text{E-Dirac-5})$$

Como θ_- vive en $SU(2)$ por derivación —la misma propiedad de la que cuelgan los fermiones—, $\lambda_{SO} \neq 0$ está forzado. Es la *misma* holonomía $SU(2)$ que produce la estructura no abeliana de Yang-Mills (§9): no son hechos independientes, sino una sola propiedad del medio leída en dos sectores.

Paso 4 — apertura del nodo y operador de Weyl. Con $\lambda_{SO} \neq 0$ la línea nodal se abre en puntos de Dirac 3D. Cerca de un nodo,

$$H(\mathbf{q}) = v_F (q_x \Gamma_1 + q_y \Gamma_2 + q_z \Gamma_3), \quad \Gamma_1 = \sigma_x \otimes \mathbb{K}, \Gamma_2 = \sigma_y \otimes \mathbb{K}, \Gamma_3 = \sigma_z \otimes \sigma_x, \quad (\text{E-Dirac-6})$$

con matrices 4×4 (dos subredes $\times$ dos componentes de espín) que satisfacen el álgebra de Clifford euclídea, verificada simbólicamente,

$$\{\Gamma_i, \Gamma_j\} = 2\delta_{ij}\mathbb{K}_4, \quad i, j \in \{1, 2, 3\}, \quad (\text{E-Dirac-7})$$

de donde $H^2 = v_F^2 \mathbf{q}^2 \mathbb{K}_4$ y el cono lineal isótropo $E = \pm v_F |\mathbf{q}|$.

Paso 5 — masa y ecuación completa. Una cuarta matriz $\Gamma_0 = \sigma_z \otimes \sigma_z$ ($\Gamma_0^2 = \mathbb{K}$, anticonmuta con las tres Γ_i), originada en el desbalance A–B (dimerización de Peierls), abre un gap. El Hamiltoniano completo y su espectro son

$$H = v_F \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{q} + mc^2 \Gamma_0, \quad (\text{E-Dirac-8})$$

$$H^2 = (v_F^2 \mathbf{q}^2 + m^2 c^4) \mathbb{K}_4 \implies E = \pm \sqrt{v_F^2 \mathbf{q}^2 + m^2 c^4}. \quad (\text{E-Dirac-9})$$

Como los modos de fase propagan a velocidad c (§6), con $v_F = c$ la relación es exactamente $E^2 = c^2 \mathbf{q}^2 + m^2 c^4$ y el operador es la ecuación de Dirac, con álgebra de Clifford-Lorentz $\{\Gamma_\mu, \Gamma_\nu\} = 2\eta_{\mu\nu}$. La covarianza no se impone: se hereda de $v_F = c$ (axioma A3).

La ecuación de Dirac como teoría efectiva del Pleno

$$(i\hbar \Gamma^\mu \partial_\mu - mc) \Psi_D = 0 \iff H = c \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{q} + mc^2 \Gamma_0, \quad \{\Gamma_\mu, \Gamma_\nu\} = 2\eta_{\mu\nu}. \quad (\text{E-Dirac-10})$$

El doblete sale de la bipartición A/B; las matrices de Clifford, de los generadores $SU(2)$ de θ_- ; el primer orden, de la apertura espín-órbita de la línea nodal; la covarianza, de $v_F = c$. *Lectura: el espín- $\frac{1}{2}$ y la estructura relativista del electrón no se postulan —emergen de la topología de la red. El fermión es un modo del Pleno, no una entidad fundamental; lo que queda como cabo es el valor de las masas, no la forma de la ecuación.*

Verificación dimensional. En (E-Dirac-9), $[v_F q \hbar] = [J]$ y $[mc^2] = [J]$: energía $\checkmark$. La forma covariante tiene $[\hbar \Gamma^\mu \partial_\mu] = [mc] = kg \cdot m/s$: momento $\checkmark$.

Clasificación epistémica. La *estructura* de Dirac es [DERIVADO]: la vía covariante (corpus §V.7.2) la establece desde las dos estructuras binarias del medio con representación única por el teorema de Pauli, sin depender del valor de λ_{SO} ; la vía de banda (aquí) la confirma con cada eslabón [DERIVADO] (doblete A/B, bandas y línea nodal, fase $SU(2)$, $v_F = c$) o [DLF] ($\lambda_{SO} \neq 0$ por holonomía, apertura del nodo). El espín- $\frac{1}{2}$ emergente es [DERIVADO] como propiedad del doblete. El *valor* de λ_{SO} y de las masas m es cabo declarado; la quiralidad ($SU(2)_L$ vs $SU(2)_R$) y el número de generaciones permanecen cabos abiertos. El programa afirma la estructura de Dirac como resultado derivado y no reclama haber derivado masas, quiralidad ni generaciones.

Conclusión — qué significa físicamente

La materia con espín —el electrón, los quarks— es una vibración de torsión del medio. La red diamante tiene dos subredes entrelazadas (A y B), y un modo de fase que oscila desfasado entre ellas no puede describirse con un solo número: necesita dos componentes acopladas, exactamente el espinor de Dirac. La estructura de primer orden de la ecuación, el álgebra de Clifford y el espín- $\frac{1}{2}$ no se imponen: son la forma obligada de propagarse de una excitación que vive sobre dos subredes a la vez. El espín es así una propiedad geométrica real —la manera en que la vibración se reparte entre las dos caras del cristal del vacío—, no una etiqueta cuántica abstracta. Lo que el medio aún no fija por sí solo (el valor de las masas, la quiralidad, cuántas generaciones) queda explícitamente como lo pendiente; lo que sí entrega es la razón física de que la materia sea espinorial.

9. El sector gauge: Maxwell, Yang-Mills y la carga

9.1. Las ecuaciones de Maxwell desde la circulación de fase — [DERIVADO]

Las dos energías del sector vectorial. Una perturbación de la fase $\delta\theta$ sobre la red se descompone por rango tensorial en escalar (Goldstone), vectorial transverso (electromagnetismo) y tensorial transverso (modo TT). El sector vectorial a_μ admite dos energías ortogonales:

(a) *Energía de enlace* (magnitud del estiramiento $\sum_i |\Psi_n - \Psi_m|^2$): produce un tensor *simétrico*, con el cruzado $\partial_i a_j \partial_j a_i$ de coeficiente +2. Es un fonón vectorial, no un fotón.

(b) *Circulación orientada de la fase* sobre las plaquetas: produce un tensor *antisimétrico* $F_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu$.

El coeficiente 8/9 (suma de plaquetas, verificado simbólicamente). La energía de circulación es la suma del cuadrado de la circulación $\delta_i^a \delta_j^b F_{ab}$ sobre los seis pares $i < j$ de enlaces tetraédricos, con los vectores normalizados $\delta_i = \frac{1}{\sqrt{3}}(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ (cada componente lleva por tanto el factor $1/\sqrt{3}$, y el producto $\delta_i^a \delta_j^b$ el factor $1/3 \cdot 1/3 = 1/9$):

$$E_{\text{circ}} = \sum_{i < j} (\delta_i^a \delta_j^b F_{ab})^2.$$

Desarrollando la forma cuadrática con F_{ab} antisimétrico (sympy), las contribuciones sobre los seis pares suman, para cada componente independiente,

$$E_{\text{circ}} = \frac{16}{9}(F_{01}^2 + F_{02}^2 + F_{12}^2) = \frac{16}{9} \cdot \frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \frac{8}{9} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu},$$

donde se usó $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = 2(F_{01}^2 + F_{02}^2 + F_{12}^2)$ para un tensor antisimétrico. El 16/9 ya incluye el 1/9 de la normalización de los enlaces; el 16 crudo es $Z^2 = 4^2$ (cuadrado de la coordinación). En términos de derivadas, cada $F_{12}^2 = (\partial_1 a_2 - \partial_2 a_1)^2$ aporta el diagonal $(\partial_1 a_2)^2$ con coeficiente +16/9 y el cruzado $(\partial_1 a_2)(\partial_2 a_1)$ con -32/9, exactamente en la razón -2 que caracteriza a $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$:

$$\boxed{E_{\text{mag}} = \frac{8}{9} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu} \quad (\text{E-Maxwell-1})$$

El cruzado -32/9, opuesto al +2 del sector de enlace simétrico, es la firma de que el objeto es antisimétrico, genuinamente $F_{\mu\nu}$.

Verificación por Stokes discreto. Que el objeto sea el tensor de campo y no un artefacto se confirma de forma independiente: la circulación orientada de la fase sobre cada plaqueta tetraédrica iguala el flujo del rotacional a través de ella —el teorema de Stokes discreto— en los seis pares de enlaces de la red (verificado simbólicamente). La suma de las seis circulaciones reproduce

$E_{\text{circ}} = 8 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ con cruzado -32 y diagonal $+16$ (razón -2), frente al sector de enlace con cruzado $+16$ y diagonal $+8$ (razón $+2$): los dos sectores son ortogonales, y solo el de circulación porta la antisimetría de $F_{\mu\nu}$. La descomposición $8 = 2^3$ (cociente espectral de la coordinación $Z = 4$) y $9 = 3^2$ (las tres dimensiones del promedio) es lectura del resultado, no su origen; el origen es la suma de plaquetas.

Las cuatro ecuaciones de Maxwell. Con el Lagrangiano $\mathcal{L}_{\text{EM}} = -\frac{8}{9} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ (E-Maxwell-1) las cuatro ecuaciones salen, no se postulan:

- **Homogéneas** (Faraday $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}$ y $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$). Como $F_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu$ es un rotacional, satisface idénticamente la identidad de Bianchi

$$\partial_{[\lambda} F_{\mu\nu]} = \partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} = 0,$$

verificable sustituyendo $F = \partial a - \partial a$: cada término se cancela por la conmutatividad de las derivadas parciales. No es una ley dinámica sino una identidad geométrica —por eso no hay monopolos magnéticos en el sector $U(1)$.

- **Inhomogéneas en vacío** ($\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, $\nabla \times \mathbf{B} = \partial_t \mathbf{E}$). La ecuación de Euler-Lagrange de $\mathcal{L}_{\text{EM}}$ respecto a a_ν ,

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{EM}}}{\partial (\partial_\mu a_\nu)} = 0 \implies \partial_\mu F^{\mu\nu} = 0,$$

donde el coeficiente global $8/9$ se cancela al igualar a cero, de modo que la forma de la ecuación es independiente de él (el $8/9$ fija la *normalización* del campo, no la dinámica).

- **Con fuente** ($\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu$). La corriente $J^\nu = \rho_P c^2 \ell_P^2 S^2 \partial^\nu \theta$ es la misma corriente de Noether $U(1)$ (E7c) de los solitones cargados; acoplada al sector vectorial, aparece como término fuente. El coeficiente queda ligado al embedding de hipercarga ([DLF], cabo §15).

Por qué el electromagnetismo es complejo: el origen de i . Esta es la pieza conceptual del resultado. La fase vive en $U(1)$: $\Psi = S e^{i\theta}$, y la unidad imaginaria i es el generador de rotaciones del círculo de fase, es decir, una rotación de 90° en el plano $(\text{Re } \Psi, \text{Im } \Psi)$. Cuando la fase circula sobre una plaqueta, ese giro de 90° es lo que convierte la *circulación* de fase (un gradiente orientado) en un *campo perpendicular* —exactamente la relación $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$, ambos perpendiculares a la propagación. El electromagnetismo no es complejo por convención matemática: lo es porque *es* la dinámica de un campo de fase $U(1)$, y la estructura compleja es intrínseca al círculo sobre el que la fase vive. La luz es, literalmente, una onda de circulación de fase del Pleno propagándose a c .

Conclusión — el electromagnetismo, derivado

Las cuatro ecuaciones de Maxwell salen del Pleno, no se postulan. El tensor de campo $F_{\mu\nu}$ es la circulación orientada de la fase sobre las plaquetas de la red, con coeficiente $8/9$ *calculado* —suma de las seis circulaciones tetraédricas, verificada por el teorema de Stokes discreto, sin parámetro libre. Las homogéneas (Faraday, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$) son la identidad de Bianchi que $F = da$ satisface idénticamente —por eso no hay monopolos en el sector $U(1)$; las inhomogéneas salen de Euler-Lagrange; la fuente es la corriente de Noether $U(1)$ de los solitones cargados. Y la estructura compleja del electromagnetismo tiene origen: la i de $\Psi = S e^{i\theta}$ es el giro de 90° que convierte circulación de fase en campo perpendicular, la relación $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$. El único coeficiente abierto es el acoplamiento de la fuente, ligado al embedding de hipercarga (declarado, §15).

9.2. Teorema de consistencia: la luz se propaga al tope de cambio — [DERIVADO]

Derivado Maxwell, surge una pregunta sobre la arquitectura de primarios: si Maxwell se deriva y c aparece en Maxwell, ¿podría c derivarse de Maxwell y dejar de ser primario? La respuesta es negativa por circularidad; el contenido positivo es el teorema que sigue.

Teorema — velocidad de la luz = tope de cambio

El modo vectorial transverso sin masa del sector gauge, con Lagrangiano $\mathcal{L}_{\text{EM}} = -\frac{8}{9}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu$ (E-Maxwell-1), tiene velocidad de fase y de grupo exactamente iguales a c , el tope de cambio primario, a toda escala infrarroja. [DERIVADO]

Demostración. (i) La ecuación de onda. La ecuación de Euler-Lagrange de $\mathcal{L}_{\text{EM}}$ es $\frac{8}{9}\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0 \Rightarrow \partial_\mu F^{\mu\nu} = 0$: el coeficiente global 8/9 se factoriza y cancela —no afecta la dinámica de propagación, solo la normalización de la energía. En el gauge de Lorenz ($\partial_\mu a^\mu = 0$),

$$\square a^\nu = 0, \quad \square = \frac{1}{c^2}\partial_t^2 - \nabla^2,$$

con el d'Alembertiano del medio, construido con el mismo c del término cinético del Pleno.

(ii) Relación de dispersión. Para onda plana $a^\nu \sim \exp[i(kx - \omega t)]$:

$$\square a^\nu = 0 \Rightarrow -\frac{\omega^2}{c^2} + k^2 = 0 \Rightarrow \omega = ck,$$

de donde $v_{\text{fase}} = \omega/k = c$ y $v_{\text{grupo}} = d\omega/dk = c$, ambas exactamente c , sin factor. El coeficiente 8/9, que sí fija la normalización de la energía magnética (E-Maxwell-1), no aparece en la velocidad.

(iii) Ausencia de dispersión en la rama de la luz. La ecuación de fase completa (E19) incluye la corrección flexural:

$$\square \delta\theta - \frac{\ell_P^2}{20}\square^2 \delta\theta = 0 \Rightarrow \square\left(1 - \frac{\ell_P^2}{20}\square\right)\delta\theta = 0,$$

que factoriza en dos ramas: (a) $\square \delta\theta = 0$, el modo infrarrojo sin masa (la luz), con $\omega = ck$ exacto y sin dispersión; (b) $(1 - \frac{\ell_P^2}{20}\square)\delta\theta = 0$, un modo masivo a la escala ultravioleta $\sim 1/\ell_P$ (polo Lee-Wick), que no es la luz. La rama electromagnética es la (a): $v = c$ a toda escala infrarroja. ■

No-trivialidad. El teorema no es tautología. (i) Un modo masivo no satura el tope: el modo de módulo (la materia, E18) obedece $\square \delta S + \mu_S^2 \delta S = 0$, con $\omega^2/c^2 = k^2 + \mu_S^2$ y $v_g = ck/\sqrt{k^2 + \mu_S^2} < c$; solo el modo sin masa se propaga a c , y que la luz lo haga depende de que $F_{\mu\nu}$ sea un rotacional y la simetría U(1) proteja la masa cero del fotón. (ii) Un sector con rigidez propia $c_{\text{EM}} \neq c$ daría dos velocidades límite, en violación de A3. (iii) La velocidad es c porque el sector vectorial a_μ es una perturbación de la *misma* fase θ cuyo término cinético $\frac{1}{2}\rho_P c^2 \ell_P^2 S^2 (\partial\theta)^2$ define c : la luz no tiene un medio propio, hereda c del término que lo define.

Corolario: c no puede derivarse de Maxwell. Por dos razones independientes. *Circularidad:* la derivación estándar $c^2 = 1/(\varepsilon_0\mu_0)$ presupone ε_0, μ_0 anteriores a c ; en PIU las constantes del vacío son propiedades del Pleno que ya contienen c (el Lagrangiano se construye sobre $F_{\mu\nu}[\theta]$, y la dinámica de θ porta c en su cinético), de modo que derivar c de Maxwell devolvería c a sí mismo —identidad verdadera pero vacía, como medir una regla consigo misma. *Inversión ontológica:* c no es la velocidad de la luz sino el tope de cambio de la energía, anterior al espacio, al tiempo y a la luz (de c emergen el tiempo como cambio acumulado y la causalidad A3); la luz es la consecuencia —el modo sin masa que satura el tope—, y derivar c de Maxwell pondría la consecuencia como origen. Además c es el patrón de conmensurabilidad ($E = Mc^2$, espacio-tiempo, sectores); un patrón de medida no se mide a sí mismo. El teorema es el aprovechamiento correcto de la pregunta: no se deriva c , se verifica que la luz —derivada— respeta el tope que c encarna. La constancia de la velocidad de la luz, postulado en relatividad, es aquí un resultado.

9.3. Yang-Mills desde la circulación no abeliana — [DERIVADO]

Aplicando el mismo mecanismo a la fase matricial $\theta_- \in SU(2)$, los factores de enlace son $U_i = \exp(iA_\mu^a T^a \delta_i^\mu)$ con generadores no conmutantes $[T^a, T^b] = i\varepsilon^{abc}T^c$. La diferencia con $U(1)$ es que el transporte sobre una plaqueta cerrada ya no se cancela: la holonomía $W = U_1 U_2 U_1^{-1} U_2^{-1}$, expandida por Baker-Campbell-Hausdorff, deja un residuo proporcional al conmutador,

$$\ln W = -[A_1, A_2] + \mathcal{O}(\varepsilon^3),$$

que no se anula porque los A_μ no conmutan. Ese residuo es el término extra del tensor de campo:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + i[A_\mu, A_\nu] \quad (\text{E-YM-1})$$

El término $i[A_\mu, A_\nu] = -f^{abc}A_\mu^a A_\nu^b T^c$ nace de la no conmutatividad; el límite abeliano ($[A, A] = 0$) recupera Maxwell exacto —Yang-Mills es Maxwell cuando la fase deja de conmutar. Las tres estructuras gauge del Modelo Estándar son el mismo mecanismo de circulación de fase: $\theta_+ \in U(1)$ (electromagnetismo), $\theta_- \in SU(2)$ (débil), vórtices $\mathbb{Z}_3$ (color $SU(3)$).

9.4. Cuantización de la carga y función beta — [DERIVADO]

La fase vive en un círculo ($\theta \in [0, 2\pi)$); las configuraciones de energía finita tienden a un valor constante en el infinito, y el winding entero (número de vueltas) es un invariante topológico. La carga $U(1)$ conservada es proporcional a él:

$$Q = nQ_0, \quad Q_0 = \hbar, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

La diferencia de coeficientes de la función beta de $U(1)_Y$ y $SU(2)$ es $b_Y - b_2 = 29/4$ [DERIVADO]. El ángulo de mezcla $\sin^2 \theta_W$ es [DLF] condicional al embedding de hipercarga $Y(\Phi) = 1/2$ (cabo abierto, §15).

Conclusión — la cosecha: el sector gauge

La carga conservada del eslabón anterior se despliega: Maxwell y Yang-Mills son la misma palabra del medio —circulación de fase sobre plaquetas— distinguidas solo por si la fase conmuta o no. La cuantización de la carga es topológica (winding entero), lo que explica por qué la carga eléctrica viene en múltiplos enteros, hecho que el Modelo Estándar incorpora sin explicar.

*Qué significa físicamente: las fuerzas fundamentales no son entidades separadas añadidas al universo. El electromagnetismo es la forma en que el Pleno propaga las torceduras de su propia fase; la luz es una onda de esa circulación. El factor 8/9, la estructura compleja de la electrodinámica, la cuantización de la carga y la unificación de las tres fuerzas gauge en un solo mecanismo no son coincidencias del formalismo: son consecuencias de que existe un único campo de fase sobre una única red. Quedan abiertos el valor del acoplamiento g y el embedding de hipercarga, pero la **forma** del sector gauge —por qué hay fuerzas de tipo Maxwell-Yang-Mills— queda derivada.*

10. Solitones como partículas

10.1. Clasificación topológica y estadística — [DERIVADO]

Una partícula material es, en este programa, una *configuración localizada y estable del Pleno*: una región donde el campo Ψ se aparta del fondo $\Psi_0 = S_{\min}^{\text{estr}} e^{i\theta_0}$ y vuelve a él en el infinito. Que esas configuraciones existan, sean estables y tengan estadística definida no se postula: se sigue de la topología del campo y de la forma de F1.

Dos clases topológicas. Según la topología del espacio de configuración interno del solitón, hay dos familias, y la distinción *fija la estadística*:

- **Clase topológica (skyrmiones).** Sobre el target $SU(2) \cong S^3$ (modo antisimétrico θ_-), las configuraciones de energía finita con $U \rightarrow \mathbb{K}$ en el infinito se clasifican por $\pi_3(SU(2)) = \pi_3(S^3) = \mathbb{Z}$. El entero es el **número bariónico** B , una carga topológica conservada: no puede cambiar de forma continua, lo que da estabilidad sin necesidad de fuerza confinante externa.
- **Clase no-topológica (Q-balls).** Sobre el sub-target contractible $[S_{\min}, S_{\max}]$ ($\pi_n = 0$), no hay carga topológica; la estabilidad la sostiene dinámicamente la carga $U(1)$ de Noether (condiciones de Coleman).

El ansatz hedgehog ($B = 1$). La configuración fundamental con número bariónico unidad es el “erizo”, donde la orientación interna del campo apunta radialmente:

$$U(\mathbf{x}) = \cos f(r) + i \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{x}} \sin f(r), \quad f(0) = \pi, \quad f(\infty) = 0,$$

con $f(r)$ el perfil radial que interpola entre el polo norte ($f = \pi$ en el centro) y el polo sur ($f = 0$ en el infinito) de S^3 , recubriéndolo *exactamente una vez*: ese recubrimiento único *es* $B = 1$. El perfil $f(r)$ se obtiene minimizando la energía sobre las ecuaciones de campo no-lineales (F2).

El número bariónico como integral topológica. B no es una etiqueta sino el grado del mapa $\mathbb{R}^3 \cup \{\infty\} \cong S^3 \rightarrow SU(2) \cong S^3$, dado por la integral de la densidad bariónica con $L_i = U^{-1} \partial_i U$:

$$B = -\frac{1}{24\pi^2} \int \varepsilon^{ijk} \text{Tr}(L_i L_j L_k) d^3x.$$

Para el ansatz hedgehog esta integral se reduce a una sola dimensión,

$$B = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sin^2 f \frac{df}{dr} dr = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \sin^2 f df = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = 1,$$

donde el cambio de variable usa $f(0) = \pi$, $f(\infty) = 0$ (verificado simbólicamente). El resultado es un *entero* independiente del perfil $f(r)$ concreto: cualquier deformación continua del campo lo deja en 1 —esa invariancia es la estabilidad topológica.

Estabilidad: el balance de Derrick. El teorema de Derrick (1964) advierte que un solitón escalar puro en 3D es inestable —o colapsa a tamaño cero o se diluye. F1 lo evade porque combina *tres* términos con tendencias opuestas que se equilibran a un tamaño finito:

- el **cinético** $\rho_P c^2 \ell_P^2 (\partial \Psi)^2$ favorece *expandir* (su energía baja al crecer el tamaño);
- el **potencial** $V(S)$, con su pared dura de Gent en $S_{\max}$, favorece *contraer* (un perfil compacto evita la saturación);
- el **flexural** $-\gamma_\kappa (\Box S)^2$ impide el *colapso* a tamaño cero (penaliza la curvatura infinita).

El equilibrio de los tres fija una escala característica del orden de ℓ_P por factores adimensionales de F1: el solitón tiene tamaño propio, ni puntual ni difuso. Esto es lo que hace que la materia tenga extensión finita.

La ecuación del perfil y la masa. El perfil $f(r)$ minimiza el funcional de energía del hedgehog. Con la variable adimensional $\tilde{r} = r/\ell_P$ y la estructura de F1 (cinético + flexural tipo Skyrme + potencial), la densidad de energía radial tiene la forma

$$E[f] = 4\pi \rho_P c^2 \ell_P^3 \int_0^\infty \left[\underbrace{\frac{1}{2} \tilde{r}^2 f'^2 + \sin^2 f}_{\text{cinético}} + \underbrace{\sin^2 f \left(f'^2 + \frac{\sin^2 f}{2\tilde{r}^2} \right)}_{\text{flexural (estabiliza)}} + \underbrace{\tilde{r}^2 \mathcal{V}(f)}_{\text{potencial}} \right] d\tilde{r},$$

y la condición $\delta E/\delta f = 0$ da la ecuación del perfil, una ODE no lineal de segundo orden:

$$(\tilde{r}^2 + 2 \sin^2 f) f'' + 2\tilde{r} f' + \sin 2f \left(f'^2 - 1 - \frac{\sin^2 f}{\tilde{r}^2} \right) - \tilde{r}^2 \mathcal{V}'(f) = 0,$$

con $f(0) = \pi$, $f(\infty) = 0$. Su solución numérica, sustituida en $E[f]$, da un número puro $\mathcal{E}_0 = \mathcal{O}(1)$ de orden la unidad, de modo que la masa es $M_Q = \mathcal{E}_0 M_P / S_{\text{máx,eff}}$. Con la normalización del programa ($\mathcal{E}_0 \rightarrow 1$ por la lectura de $S_{\text{máx,eff}}$):

$$M_Q = \frac{M_P}{S_{\text{máx,eff}}} \approx \frac{2,18 \times 10^{-8} \text{ kg}}{\sqrt{1,4956}} \approx 9,98 \times 10^{18} \text{ GeV}/c^2, \quad (\text{E27})$$

con $M_P = \sqrt{\hbar c / G}$ la masa de Planck. El solitón fundamental es ultra-pesado ($\sim M_P$): es la configuración *más simple*, no la que se identifica con el protón —esa es un cluster compuesto, desarrollado abajo, cuya *estructura* (tres vórtices, carga fraccional, confinamiento) emerge de la topología. Su masa hadrónica absoluta, en cambio, no se deriva: $m_p c^2 \approx 938,3 \text{ MeV}$ es la **única escala de energía calibrada** del sector hadrónico, análoga a Λ_{QCD} en QCD (estatus [CALIBRADO]). Lo que el programa deriva es la *estructura* y las *razones* (split Δ - N , radio, cargas), no la escala absoluta.

Espín-estadística, derivado (Finkelstein-Rubinstein). El teorema de espín-estadística no se postula: *emerge* de la topología. La idea de Finkelstein-Rubinstein es que rotar un solitón 2π no es la identidad si su espacio de configuración tiene lazos no contractibles. Para skyrmiones de carga B , el espacio de configuración $\mathcal{Q}_B$ (mapas de grado B con condición de frontera) tiene grupo fundamental

$$\pi_1(\mathcal{Q}_B) = \mathbb{Z}_2 \quad (B \neq 0),$$

de modo que el lazo cerrado que describe la rotación física de 2π del solitón es el generador no trivial de ese $\mathbb{Z}_2$: no se puede contraer a un punto. La cuantización sobre un espacio con $\pi_1 = \mathbb{Z}_2$ admite dos sectores —función de onda par o impar bajo el lazo— y el sector físico lo fija el grado: la rotación de 2π produce sobre la función de onda del solitón el factor

$$\chi_{\text{FR}} = (-1)^B : \quad B \text{ impar} \rightarrow -1 \text{ (fermión)}, \quad B \text{ par} \rightarrow +1 \text{ (bosón)}.$$

Para el barión fundamental $B = 1$ el factor es -1 : **cuantización fermiónica matemáticamente obligatoria** (Witten 1983; cómputo explícito de Krusch 2003). Una Q-ball, con espacio de configuración contractible ($\pi_1 = 0$), solo admite el sector trivial, factor $+1$: bosón. La estadística no es una elección del modelo ni un axioma añadido —es consecuencia de la topología distinta de cada clase.

Sub-target	Topología	χ_{FR}	Estadística
$SU(2) \cong S^3$	$\pi_3 = \mathbb{Z}$	$(-1)^B = -1$	Fermiónica
$[S_{\text{mín}}, S_{\text{máx}}]$	$\pi_n = 0$	$+1$	Bosónica

Lectura: el que la materia ordinaria sea fermiónica —el principio de exclusión de Pauli, sobre el que descansa toda la química— deja de ser un postulado. Es la huella de que las partículas de materia son nudos topológicos (B impar) en el campo del Pleno, y la topología del nudo obliga a la estadística.

10.2. El barión Borromean y la carga $\mathbb{Z}_3$ — [DERIVADO] / [DLF]

El barión observado (protón, neutrón) no es el solitón monolítico fundamental, sino una *sub-estructura más rica* del mismo $B = 1$. Por el teorema de Gudnason-Nitta (2020), el grado topológico $B \in \pi_3(SU(2))$ es equivalente al número de enlazamiento (linking number) de las preimágenes bajo el mapa de Hopf, y admite descomposición en winding de vórtices:

$$B = \text{Link}(L_1, L_2, L_3) = \sum_{\text{clusters}} \prod_{i=1}^3 w_i. \quad (\text{E28})$$

Aplicado al barión del Pleno, el winding entero $B = 1$ se reparte en **tres vórtices de winding fraccional** $1/3$, que pueden tener perfiles distintos sin alterar el total:

$$B = 1 = w_1 + w_2 + w_3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}.$$

Esos tres vórtices de $1/3$ *son* los tres quarks: no se postula su número ni su carga fraccional, salen de que el linking number unidad se factoriza en tres tercios.

La aritmética $\mathbb{Z}_3$ y la asimetría $2 + 1$. Por el teorema de Borromean supercounterfluidity (Blomquist-Syrwid-Babaev 2021), las configuraciones *estables* del cluster satisfacen una congruencia módulo $N = 3$ sobre los **numeradores enteros** de las cargas (en unidades de $1/3$), no sobre las fracciones:

$$\sum_{j=1}^3 q_j \equiv 0 \pmod{3}. \quad (\text{E29})$$

- **Protón** $(+\frac{2}{3}, +\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}) \rightarrow q = (2, 2, -1)$: $\sum = 3 \equiv 0 \checkmark$ estable; carga total $\sum q_j/3 = +1$.
- **Neutrón** $(+\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}) \rightarrow q = (2, -1, -1)$: $\sum = 0 \equiv 0 \checkmark$ estable; carga total 0.

La estructura completa del nucleón emerge sin postulados: las cargas fraccionales $\pm\frac{2}{3}, \pm\frac{1}{3}$, su número (tres), la asimetría $2 + 1$ entre quarks, y el confinamiento como obstrucción de centro $\mathbb{Z}_3$ —por qué los quarks no se separan es la misma razón topológica por la que los anillos de Borromeo no se desenlazan de a pares.

Lectura: el protón no es una bolsa de tres partículas puntuales metidas a mano. Es un solo nudo topológico del Pleno cuyo enlazamiento unidad se realiza, de la manera más estable, como tres sub-vórtices anudados a la Borromeo. La carga fraccional del quark y su confinamiento —dos de los hechos más extraños del Modelo Estándar— son consecuencias de esa geometría de enlace, no axiomas.

10.3. Torre rotacional y split Δ - N — [DERIVADO]

Cuantización de coordenada colectiva. El skyrmión clásico es invariante bajo rotaciones internas; al cuantizar esa libertad (coordenada colectiva $A(t) \in SU(2)$), el Lagrangiano rotacional es el de un rotor rígido,

$$L_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \Theta_p \omega^2, \quad H_{\text{rot}} = \frac{\mathbf{J}^2}{2\Theta_p},$$

con Θ_p el momento de inercia del solitón y $\mathbf{J}$ el espín. Los autovalores de $\mathbf{J}^2$ son $\hbar^2 J(J+1)$, de modo que cada nivel rotacional tiene energía $\hbar^2 J(J+1)/(2\Theta_p)$. Tomando el nucleón ($J = \frac{1}{2}$) como referencia y restando su valor $J(J+1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$:

$$m(J) = m_N + \frac{\hbar^2}{2\Theta_p} [J(J+1) - \frac{3}{4}]. \quad (\text{E30})$$

El espín semientero está *forzado* por la cuantización fermiónica de Finkelstein-Rubinstein ($B = 1$): el skyrmión solo admite $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$, no J entero. La torre es, por tanto, consecuencia de la misma topología que da la estadística.

Momento de inercia. Para una distribución de carga bariónica aproximadamente uniforme en el radio R_p , el momento de inercia es $\Theta_p = m_p R_p^2/3$ (marco de Skyrme importado). El split entre $J = \frac{3}{2}$ (Δ) y $J = \frac{1}{2}$ (N):

$$\Delta m = \frac{\hbar^2}{2\Theta_p} \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \right] = \frac{\hbar^2}{2\Theta_p} \cdot 3,$$

y sustituyendo $\Theta_p = m_p R_p^2/3$:

$$\Delta m = \frac{9\hbar^2}{2m_p R_p^2} = \frac{9(\hbar c)^2}{2m_p c^2 R_p^2} \quad (\text{E31})$$

Verificación numérica. Con $\hbar c = 197,327 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$, $m_p c^2 = 938,272 \text{ MeV}$, $R_p = 0,8409 \text{ fm}$:

$$\Delta m = \frac{9 \times (197,327)^2}{2 \times 938,272 \times (0,8409)^2} = 264,1 \text{ MeV}.$$

Observado $m_\Delta - m_N \approx 293,08 \text{ MeV}$: acuerdo al 90 %, con m_p como única entrada calibrada. El 10 % residual no es error estructural: es la corrección esperada del modelo de rotor no rígido—deformación centrífuga y modos vibracionales/Coriolis, física estándar del modelo de Skyrme—sobre la aproximación de rotor rígido que da el término dominante. El radio del protón es predicción independiente $R_p^{\text{pred}} = \xi_{\text{PIU}}/2 = 0,851 \text{ fm}$ frente a $0,8409 \text{ fm}$ observado (98,8 %). La torre completa (factor base 88,0 MeV, verificado):

J	$J(J+1) - 3/4$	$m(J)$ predicho	Observado	Acuerdo
1/2	0	938,3	$N(939)$	calibr.
3/2	3	1202,4	$\Delta(1232)$	97,6 %
5/2	8	1642,6	$N^*(1680)$	97,8 %
7/2	15	2258,8	$\Delta^*(1950)$	84,1 %

Conclusión — qué significa físicamente

La materia no es un ingrediente añadido al universo: es la forma anudada del propio Pleno. Una partícula es una configuración localizada y estable del campo, y todo lo que la caracteriza emerge de su topología y de la forma de F1, sin postulados: su **existencia y estabilidad** (balance de Derrick entre cinético, potencial y flexural, que le da tamaño finito); su **estadística** (Finkelstein-Rubinstein: B impar $\rightarrow$ fermión, de donde el principio de Pauli y, con él, la estructura de la química); su **carga** (winding topológico, cuantizado en enteros); y, para el barión, su **sub-estructura de tres quarks** con cargas fraccionales, asimetría $2 + 1$ y confinamiento, todo saliendo del enlazamiento Borromean $\mathbb{Z}_3$. Las masas hadrónicas y la torre rotacional se predicen con una sola escala calibrada (m_p), al 90–98 %. El espín- $\frac{1}{2}$, la carga fraccional y el confinamiento—tres de los hechos que el Modelo Estándar incorpora sin explicar— aquí son consecuencias geométricas. Lo que resta como cabo es el *valor* de las masas individuales y el marco rotacional, importado de Skyrme; la **forma** de la materia queda derivada.

11. Cosmología cuantitativa

11.1. La razón materia oscura / bariónica $\sqrt{3}\pi$ — [DERIVADO] / [DLF]

$$\frac{\Omega_{MO}}{\Omega_M} = \sqrt{3}\pi \approx 5,4414 \quad (\text{E37})$$

La razón se calcula como cociente de funciones de partición $\mathcal{Z}_{MO}/\mathcal{Z}_M$ a la temperatura de freeze-out, integrando sobre las configuraciones topológicas de cada sector. Tres pilares la fijan; lo

importante es que ninguno de los tres es un supuesto libre —cada uno se sigue de estructura ya establecida.

Pilar 1 — el peso es proporcional al área (derivado, no postulado). La afirmación clave —que $\mathcal{Z}_i \propto A_i$, lineal en el área— no se postula: se sigue de la pared de Gent. El potencial $V''_{\text{topo}}(S) \propto (S_{\text{máx,geom}} - S)^{-2}$ diverge al acercarse a la cota dura (§4.3), lo que *confina* las fluctuaciones del módulo a una cáscara superficial de espesor $\xi \rightarrow 0$ alrededor del defecto. En consecuencia el log-determinante de las fluctuaciones (la contribución a $\ln \mathcal{Z}$) escala con el *área* de esa cáscara, no con el volumen: $\mathcal{Z}_i \propto A_i \phi$. La dominancia de modos de superficie es, pues, consecuencia de la divergencia de Gent del eslabón 6, no una hipótesis. El prefactor ϕ es la densidad de estados vibracionales del Pleno-suelo ($v_s = c$, corte $1/\ell_P$), *idéntica* para M y MO por ser solitones del *mismo* suelo; lo que los distingue (topología, moduli) se contabiliza aparte, de modo que $\phi_{MO}/\phi_M = 1$ exacto y ϕ se cancela en el cociente. [DLF].

Pilar 2 — factor espinorial 1/2. El cociente de volúmenes invariantes $\text{Vol}(SO(3))/\text{Vol}(SU(2)) = \pi^2/(2\pi^2) = 1/2$ (Peter-Weyl, $SO(3) \cong SU(2)/\mathbb{Z}_2$): la materia ordinaria (fermiónica, vive en $SU(2)$) sufre la reducción 1/2 al proyectar a observables $SO(3)$; la oscura (escalar, en $SO(3)$) no. [DERIVADO].

Pilar 3 — asignación geométrica. Los defectos con carga topológica conservada (M, $B = 1$) se anclan a la celda Voronoi local de la red diamante (tetraedro, $A_T = (8\sqrt{3}/3)R^2$); los sin carga (MO, Q-balls) se expanden isotrópicamente (esfera, $A_S = 4\pi R^2$). Las dos formas *emanan de* $\mathcal{L}_{F1}$, no se postulan: la Q-ball sin carga ($B = 0$, carga global de Noether, fase no enrollada) tiene frontera libre y minimiza el término de gradiente isótropo $\frac{1}{2}\rho_P c^2 \ell_P^2 |\nabla S|^2$ a volumen fijo $\rightarrow$ esfera (teorema isoperimétrico); el solitón con carga ($B = 1$, fase enrollada, winding = holonomía) tiene la frontera *clavada* a los nodos del sustrato —no puede redondearse sin desenrollar la carga, prohibido por conservación topológica— y queda confinado a la celda de Voronoi del nodo $Z = 4 \rightarrow$ tetraedro. La transición de Kibble-Zurek fija *cuántos* defectos se nuclea, no *qué forma* toma cada uno; la forma la selecciona la topología de F1. [DERIVADO].

Ensamblaje (verificado simbólicamente):

$$\frac{\Omega_{MO}}{\Omega_M} = \frac{A_S \cdot 1}{A_T \cdot (1/2)} = \frac{2A_S}{A_T} = \frac{2 \cdot 4\pi R^2}{(8\sqrt{3}/3)R^2} = \frac{8\pi}{8\sqrt{3}/3} = \frac{3\pi}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}\pi.$$

Confrontación. Planck 2018: $\Omega_{\text{dm}}/\Omega_b = 5,375 \pm 0,077$; diferencia 1,23 %, equivalente a $0,86\sigma$, sin parámetros libres.

Contra qué se confronta: jerarquía de robustez de los “valores de Planck”

Cautela que gobierna la confrontación cosmológica (continúa el principio de §11.9). Los “valores de Planck” no son del mismo tipo: el ángulo acústico θ_* y las *densidades físicas* $\omega_b = \Omega_b h^2$, $\omega_{\text{dm}} = \Omega_{\text{dm}} h^2$ se leen de forma casi modelo-independiente de las alturas de los picos; en cambio H_0 , Ω_m , Ω_Λ , σ_8 son *salidas* del ajuste ΛCDM de seis parámetros. La lectura tiene dos caras. La **fortaleza, que no debe minimizarse**: la razón $\Omega_{MO}/\Omega_M = \omega_{\text{dm}}/\omega_b$ es la confrontación *más robusta* del sector —el factor h^2 se cancela y se compara contra densidades físicas— y que un número de geometría pura caiga a $0,86\sigma$ de ella *sin un parámetro libre y sin mirar el dato* es una coincidencia improbable bajo la hipótesis nula (factor de Bayes, §15), validación cruzada genuina, no artefacto; que el blanco salga de un ajuste no lo vuelve arbitrario, pues los picos lo fijan con poca libertad. La **cautela**, en el otro extremo: $\Omega_{EO} = f_c$ y $\Omega_m = 1 - f_c$ son del tipo derivado (comparten la dependencia de modelo de Ω_Λ); su acuerdo es real y cuenta a favor, pero su blanco es un parámetro de ajuste, no un dato crudo. La regla no es desconfiar de las coincidencias —son la evidencia— sino graduar su peso por la robustez del blanco. Se evita *calibrar* contra una interpretación; se conserva el éxito de *coincidir* con ella sin buscarlo.

La objeción: ¿está la geometría obligada? La crítica más fuerte contra (E37) no es que el cálculo falle —el álgebra es exacta— sino que la *geometría de entrada* podría ser elegida: la fórmula combina el área de una esfera y la del Voronoi de un tetraedro; ¿está la elección esfera/tetraedro forzada, o es una de varias que casualmente reproduce el dato? La esfera es inevitable (isotropía $\Rightarrow$ esfera, por definición). Toda la fuerza recae en si la red del sustrato *debe* ser la diamante $Z = 4$.

La distinción D1-a/D1-b (eslabón 5) sitúa el peso del argumento: la **coordinación tetraédrica** $Z = 4$ **es teorema**, no conjetura —la única disposición de cuatro primeros vecinos compatible con la isotropía de A1 (D1-a, vía 2-diseño esférico)— y el **apilamiento cúbico es derivado** (D1-b, mínimo del funcional flexural isótropo: anisotropía uniáxica de cuarto orden 0 cúbica vs 4/81 wurtzita). $\sqrt{3}\pi$ depende de la coordinación tetraédrica y de la bipartición A/B —ambas fijadas— y la geometría de la red está derivada en sus dos piezas. La afirmación precisa es, pues, “ $\sqrt{3}\pi$ descansa sobre una coordinación tetraédrica derivada (D1-a), un apilamiento cúbico derivado (D1-b) y una bipartición axiomática”. El estatus de (E37) es **[DERIVADO]** en su álgebra y **[DLF]** en su geometría de entrada: el peso del argumento recae sobre una red enteramente derivada y una bipartición axiomática, sin cabo de geometría pendiente.

Conclusión — la cosecha: la cosmología

F1 llevado al universo entero: la proporción de materia oscura a bariónica —en Λ CDM, dos parámetros libres ajustados por separado— es aquí un número puro de geometría, dos áreas (esfera vs tetraedro) y un factor espinorial 1/2, con el peso de superficie derivado de la pared de Gent. El acuerdo a $0,86\sigma$ con cero ajuste es una de las dos predicciones cosmológicas firmes del programa, ambas heredadas de la red diamante del eslabón 5; con la coordinación $Z = 4$ ya cerrada (D1-a), su única limitación residual es la politipía del apilamiento (D1-b), de severidad baja.

11.2. Ecuaciones de Friedmann efectivas y $w(z)$ — **[DERIVADO]** / **[DLF]**

Sobre FLRW, el fondo $\bar{S}(t)$ obedece (restricción de F2 al fondo homogéneo):

$$\ddot{\bar{S}} + 3H\dot{\bar{S}} + \frac{1}{\rho_P \ell_P^2} V'_{\text{eff}}(\bar{S}) = 0,$$

con $\rho_{\text{Pleno}} = \frac{1}{2}\rho_P \ell_P^2 \dot{\bar{S}}^2 + V_{\text{eff}}$, $p_{\text{Pleno}} = \frac{1}{2}\rho_P \ell_P^2 \dot{\bar{S}}^2 - V_{\text{eff}}$. Sustituyendo en las ecuaciones de Einstein emergentes (E35) con G de (E3):

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_{\text{Pleno}} + \rho_M + \rho_{MO}), \quad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_i (\rho_i + 3p_i),$$

idénticas en forma a las estándar (los “componentes” son configuraciones del mismo medio, G derivada). La ecuación de estado es el cociente $w = p_{\text{Pleno}}/\rho_{\text{Pleno}}$; escribiendo el término cinético como $K \equiv \frac{1}{2}\rho_P \ell_P^2 \dot{\bar{S}}^2$ y definiendo $\delta(t) \equiv K/V_{\text{eff}}(\bar{S}) \geq 0$,

$$w = \frac{p_{\text{Pleno}}}{\rho_{\text{Pleno}}} = \frac{K - V_{\text{eff}}}{K + V_{\text{eff}}} = \frac{\delta V_{\text{eff}} - V_{\text{eff}}}{\delta V_{\text{eff}} + V_{\text{eff}}},$$

de donde, cancelando V_{eff} ,

$$w(t) = \frac{\delta(t) - 1}{\delta(t) + 1} \quad (11.1)$$

y el acoplamiento gravitacional $\kappa = c^4/(2G)$. En el límite relajado ($\dot{\bar{S}} \rightarrow 0$, $\delta \rightarrow 0$), $w \rightarrow -1$ exacto. La cinética canónica garantiza $w \geq -1$, pues $w + 1 = 2K/(K + V_{\text{eff}}) = \dot{\bar{S}}^2/(\frac{1}{2}\dot{\bar{S}}^2 + V_{\text{eff}}/(\rho_P \ell_P^2)) \geq 0$: la región fantasma ($w < -1$) está estructuralmente vetada, sin necesidad de imponerla.

Conclusión — qué significa físicamente

La historia entera del universo —su expansión, su contenido, su aceleración— es la historia de un solo medio cambiando de configuración. Lo que la cosmología llama “materia”, “radiación” y “energía oscura” no son ingredientes separados echados en un recipiente vacío, sino estados distintos del mismo Pleno: cuánto se mueve su módulo ($\dot{\bar{S}}$) frente a cuánta tensión almacena

(V_{eff}) fija la ecuación de estado en cada época. De ahí sale, sin ajuste, que el universo nunca puede comportarse como energía fantasma ($w < -1$): esa región está físicamente prohibida porque exigiría energía cinética negativa, algo que un medio real no tiene. La expansión de Friedmann es, literalmente, el medio respirando entre movimiento y tensión.

11.3. La energía oscura $w = -1$ — [DERIVADO] / [DLF]

La ecuación de estado del Pleno-suelo no es $w = -1$ por postulado, sino el resultado de la relación derivada $w(t) = (\delta - 1)/(\delta + 1)$ (§11.2), con $\delta = K/V_{\text{eff}} \geq 0$. El sector cosmológico tardío es el condensado de fase en $S_{\text{mín}}$ con $\dot{\theta}_0 = 0$ y el módulo radial congelado (§11.9): $\delta = 0$ *estructuralmente*, de modo que $w = -1$ *exacto* es el valor presente, no solo un atractor asintótico. La positividad de la cinética canónica veta además la región fantasma ($w + 1 \geq 0$), y ningún mecanismo interno desplaza w de -1 (los dos candidatos quedan excluidos por álgebra, abajo). El valor $w = -1$ es geométrico —la simetría $T_{\mu\nu} \propto g_{\mu\nu}$ del estado fundamental—, no un número calibrado.

En el límite relajado, con $p = -\rho$, el tensor energía-momento del fluido $T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}$ se reduce a

$$T_{\mu\nu}^{(w=-1)} = (\rho - \rho)u_\mu u_\nu + \rho g_{\mu\nu} = \rho g_{\mu\nu} :$$

la cuadrivelocidad desaparece, la energía oscura no tiene marco de reposo dinámico —es propiedad estructural homogénea (EO-Telón). La aceleración:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\rho(1 + 3w) = -\frac{4\pi G}{3}\rho(1 - 3) = +\frac{8\pi G}{3}\rho > 0.$$

Densidad: $\rho_{\text{DE}}^{(0)} = V(S_{\text{mín}}^{\text{estr}}) = \rho_P(S_{\text{mín}}^{\text{estr}})^2 = 0,5229 \rho_P$. La materia es la excedencia $\rho_{\text{materia}} = \rho_P[S^2 - (S_{\text{mín}}^{\text{estr}})^2]$. Termodinámicamente, $\rho + p = 0$ implica entropía $s = 0$: el vacío relajado es un sólido elástico, no un fluido.

La señal $w_0 - w_a$ de DESI como artefacto de parametrización. El sector cosmológico tardío es el condensado de fase en $S_{\text{mín}}$ con $\dot{\theta}_0 = 0$: $T_{\mu\nu} \propto g_{\mu\nu}$ da $w = -1$ *exacto*, sin contribución cinética que lo desplace (el módulo radial es ultra-Planckiano y está congelado, §11.9). Los dos mecanismos que podrían producir una desviación dinámica quedan vetados por álgebra: un condensado que ganara densidad física daría $w < -1$ fantasma (prohibido por la positividad de la cinética canónica, $w + 1 \geq 0$), y un modo de fase que *rodara* ($\dot{\theta}_0 \neq 0$) no da $w = -1$ constante sino que diluye como materia —de la carga de Noether conservada $Q = S^2 \dot{\theta} L^3 = \text{cte}$ y la continuidad $S^2 L^3 = \text{cte}$ se sigue $\dot{\theta} = \text{cte}$ y $\rho_{\text{cin}} = \frac{1}{2} \rho_P \ell_P^2 S^2 \dot{\theta}^2 \propto S^2 \propto L^{-3}$, escalado de polvo incompatible con una componente de $w = -1$. El estado fundamental tiene $\dot{\theta}_0 = 0$ exacto (mínimo del potencial de fase), de modo que solo queda $w = -1$. Las observaciones de DESI (2024–2025), combinadas con BAO/SNe/CMB, prefieren a $2,5\text{--}3,9\sigma$ energía oscura dinámica con $w_0 \approx -0,75$, $w_a \approx -1$ al ajustarse con la parametrización $w_0 - w_a$. Un medio con $w = -1$ exacto cuyo $H(z)$ coincide con ΛCDM a orden lineal, pero difiere en el régimen no lineal de las paredes, produce exactamente ese tipo de señal al forzarse dentro del molde paramétrico: la desviación es una propiedad de la parametrización, no de la ecuación de estado del medio. La predicción falsable es que la señal dinámica se atenúa o desaparece cuando se mide con observables modelo-independientes (D_H/r_d crudo, la forma de $E(z)$), y que su residuo —si lo hay— rastrea la corrección no lineal de las paredes, no un $w_0 > -1$ dinámico. [DLF].

Conclusión — qué significa físicamente

La energía oscura no es una sustancia añadida al universo: es la tensión del propio vacío relajado. Cuando el Pleno descansa en su configuración de mínima rigidez ($S_{\text{mín}}$), su fase está congelada en coherencia y su presión iguala en magnitud a su densidad con signo opuesto

$(\rho + p = 0)$: es un sólido elástico bajo tensión uniforme, no un gas. Esa tensión no se diluye al expandirse el espacio —no son partículas que se separen, sino una propiedad del medio en cada punto—, y por eso domina cada vez más a medida que la materia se rarifica, acelerando la expansión. Su ecuación de estado es $w = -1$ exacto: la señal de energía oscura dinámica que DESI insinúa al ajustar con la parametrización $w_0 - w_a$ no es una desviación física del vacío, sino el artefacto de forzar un medio con $w = -1$ exacto —cuyo $H(z)$ difiere de Λ CDM solo en el régimen no lineal de las paredes— dentro de ese molde. El programa predice que la señal se disuelve en observables crudos.

11.4. El arrastre ponderomotriz de la materia por la onda de energía oscura — [DERIVADO] / [DLF]

El EO-Telón es la componente homogénea θ_0 de la fase, con $w = -1$ y sin marco de reposo ($T_{\mu\nu} = \rho g_{\mu\nu}$): por homogéneo, no ejerce fuerza neta local. Sobre ese fondo, las perturbaciones de fase $\delta\theta$ —el modo de Goldstone sin gap— lo ondulan, y su acoplamiento a la materia emerge del segundo orden del término cinético de F1.

Las dos modulaciones. Sobre el vacío relajado en $S_{\min}$, el término cinético de fase da, a orden lineal, $|\partial\Psi|^2 = (\partial\delta S)^2 + S_{\min}^2 (\partial\delta\theta)^2 + \mathcal{O}(\delta^3)$: las dos modulaciones se desacoplan. La onda $\delta\theta$ (Goldstone, sin masa, $\square\delta\theta = 0$, a c) y la materia δS (masiva por V''_{eff} , localizada en defectos) no se mezclan a orden lineal: el arrastre es necesariamente no lineal.

El acoplamiento desde F1. El término cinético de fase es $\frac{1}{2}\rho_P c^2 \ell_P^2 S^2 (\partial\theta)^2$. Con $S = S_{\min} + \delta S$, a segundo orden:

$$S^2 (\partial\delta\theta)^2 = \underbrace{S_{\min}^2 (\partial\delta\theta)^2}_{\text{onda libre}} + \underbrace{2 S_{\min} \delta S (\partial\delta\theta)^2}_{\text{acoplamiento}} + \mathcal{O}(\delta^3).$$

El término cruzado $\mathcal{L}_{\text{couple}} = \rho_P c^2 \ell_P^2 S_{\min} \delta S (\partial\delta\theta)^2$ acopla la materia a la energía de la onda. No es un ingrediente añadido: es el segundo orden del mismo término que a primer orden da las ecuaciones libres E6 y E7. [DERIVADO].

La ecuación de la materia con arrastre. Variando respecto a δS :

$$\square \delta S - \frac{\ell_P^2}{20} \square^2 \delta S + \mu_S^2 \delta S = \frac{S_{\min}}{\ell_P^2} (\partial\delta\theta)^2 \quad (11.2)$$

con $\mu_S^2 = V''_{\text{eff}}/(\rho_P c^2 \ell_P^2)$. El lado derecho $(\partial\delta\theta)^2$ es la densidad de energía local de la onda: donde concentra energía, fuerza el campo de materia —la estructura de una fuerza ponderomotriz.

La fuerza de arrastre. Para una onda viajera $\delta\theta = A \cos(kx - \omega t)$ con $\omega = ck$, el promedio temporal $\langle (\partial_x \delta\theta)^2 \rangle = \frac{1}{2} A^2 k^2$. La materia siente el gradiente de esta energía:

$$\mathbf{F}_{\text{arrastre}} = -\rho_P c^2 \ell_P^2 S_{\min} \nabla \langle (\partial\delta\theta)^2 \rangle \quad (11.3)$$

Una onda uniforme no arrastra ($\nabla \langle \dots \rangle = 0$); la onda (sin masa, a c) va más rápido que la materia (masiva, $v < c$), que la sigue parcialmente; y el signo $\mathbf{F} = -\nabla \langle \dots \rangle$ atrae la materia hacia los mínimos de agitación de fase. [DERIVADO] (acoplamiento y forma ponderomotriz, segundo orden de F1).

Consecuencias falsables. El arrastre es un acoplamiento energía-oscura-materia con dos consecuencias locales de signo definido, [DLF]: (i) crecimiento de estructura modificado —la materia siente, además de la curvatura emergente, $\mathbf{F}_{\text{arrastre}}$ (quinta fuerza efectiva mediada por la onda), desviando σ_8 y $f\sigma_8$ de Λ CDM—; (ii) anti-correlación local fase-densidad —la materia se acumula en los mínimos de energía de fase, distinguible de la estructura por curvatura sola. Estas alimentan el cabo F-cosmo (crecimiento de estructura, S_8) con un mecanismo derivado, sin

cerrarlo: la magnitud depende de la amplitud de las perturbaciones de fase, no fijada sin input adicional, y permanece [CALIBRADO]. La desviación global de $w = -1$ que observa DESI no proviene de este mecanismo (es el fondo no relajado, orden cero), sino que el arrastre es un efecto perturbativo separado sobre el crecimiento de estructura.

Conclusión — qué significa físicamente

La materia es arrastrada por la energía oscura como la arena por una ola. Cuando la fase del vacío se ondula, esas ondas transportan energía, y la energía concentrada empuja la materia hacia donde la onda está más tranquila —el mismo efecto por el que un haz de luz intenso empuja partículas (presión de radiación), aquí ejercido por las ondas del propio vacío. No es gravedad: es una quinta fuerza real, mediada por la energía oscura, que se suma a la atracción ordinaria y deja dos firmas observables —altera la rapidez con que crecen las galaxias y agrupa la materia donde la fase está en calma. Lo decisivo es que esta fuerza no se postula: aparece sola al desarrollar el Pleno a segundo orden, lo que revela que materia y energía oscura no son dos cosas distintas que interactúan, sino dos ondulaciones del mismo medio que comparten sustancia.

11.5. El congelamiento de fase: origen de la energía oscura y la materia (Kibble-Zurek) — [DLF] / [CALIBRADO]

Ontología angular de $S_{\text{máx}}$. La cota de saturación $S_{\text{máx,geom}}^2 = 8\sqrt{6}/9$ admite una lectura angular: el factor $8/9$ es $\sin^2 \theta_{\text{tet}}$, con $\theta_{\text{tet}} = \arccos(-1/3) = 109,47^\circ$ el ángulo de enlace tetraédrico,

$$\sin^2 \theta_{\text{tet}} = 1 - \cos^2 \theta_{\text{tet}} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}.$$

En $S_{\text{máx}}$ el Pleno es masa continua sin vacío, comprimida hasta saturar la geometría del enlace —no esferas empaquetadas con huecos; el empaquetamiento Kepler-Hales es el ancla de contacto, la lectura angular es la ontología del medio continuo.

El recorrido del continuo. La expansión post-rebote recorre el módulo de $S_{\text{máx}}$ a $S_{\text{mín}}$ (densidades $\rho \propto S^2$, en ρ_P): de $S_{\text{máx}}$ ($\rho = 2,177$, masa continua amorfa, U(1) restaurada) a S^* ($\rho = 1,067$, cristalización a red diamante y separación de fases) a $S_{\text{mín}}$ ($\rho = 0,523$, red diamante relajada, el mar actual). La compresión total es $S_{\text{máx}}^2/S_{\text{mín}}^2 \approx 4,16$.

El congelamiento. En $S_{\text{máx}}$ la fase θ está térmicamente desordenada (U(1) restaurada, sin condensado). Al cruzar la transición en S^* , U(1) se rompe (A5): regiones causalmente desconectadas escogen fases independientes, formando dominios de fase coherente (Kibble-Zurek). Al completarse la cristalización, la fase queda congelada en dos estructuras complementarias:

- Dentro de cada dominio: fase coherente uniforme, $\square\theta = 0$, modo propagante. Es la energía oscura (el EO-Telón, Pleno-suelo en su modo coherente).
- En las fronteras: circulación de fase atrapada, defectos topológicos de *winding*. Son las partículas (la materia depletada, los vórtices del sector hadrónico).

La fracción de volumen en dominios coherentes es f_c ; la fracción en defectos es $1 - f_c$.

Propiedades derivadas de la energía oscura. Como fase coherente intra-dominio sobre el mar $S_{\text{mín}}$: tiene $w = -1$ ($\square\theta = 0$, $S = S_{\text{mín}}$ uniforme, $\rho + p = 0$, [DERIVADO]); no se diluye (la fase coherente no es contable, no va como a^{-3} , [DERIVADO]); se propaga sobre el medio (satisface E7, $\partial_\mu(S^2\partial^\mu\theta) = 0$, con coeficiente S^2 : la fase no existe sin el módulo). La materia (defectos) es circulación atrapada, con masa, contable, $\rho \propto a^{-3}$. La pared IR de Klauder garantiza $S \geq S_{\text{mín}}$: el mar nunca se vacía.

Estatus del reparto f_c . El reparto entre energía oscura coherente ($f_c \approx 0,6869$) y materia depletada ($1 - f_c \approx 0,3131 = \Omega_m$) no se deriva geoméricamente: aunque su *valor presente* es de

tipo A —se lee del valor instantáneo del numerador $S_{\text{máx,eff}}^2(t_0)$, como H_0 se lee de Θ_0 (§4.4)—, ese valor quedó *impreso* por la tasa de la última transición de fase: la fracción de defectos en Kibble-Zurek depende de la *tasa* de la transición (la velocidad del rebote). Esto sitúa a f_c como medida de la velocidad del congelamiento de la última transición de fase del universo: física pero dependiente de la trayectoria, en pie de igualdad con H_0 y con el numerador $S_{\text{máx,eff}}^2(t_0)$ del propio f_c . El mecanismo (congelamiento en S^*) es [DLF]; el valor permanece [CALIBRADO], el mismo carácter posicional que gobierna el tilt n_s —las tres cantidades se imprimen en la misma transición de rebote, y todas son lecturas de estado de la única trayectoria $\bar{S}(t)$.

Conclusión — una sola sustancia, tres modulaciones

Un mismo medio continuo, modulado de tres maneras sobre S_{min} , da la energía oscura (onda de fase coherente), la materia (vórtices atrapados) y el espacio (la red diamante del mar). Un mismo evento —la cristalización en S^* durante el rebote— da el tilt espectral, la separación materia/energía oscura y el origen de la coherencia. Que el acoplamiento onda-materia sea derivado y no postulado —que salga del mismo término cinético que da las ondas libres— es la firma de que materia y energía oscura comparten una sola sustancia: el Pleno, modulado.

11.6. El cuerpo negro perfecto y el espectro primordial — [DERIVADO]

Cuerpo negro. El fotón es el modo de fase θ_- del Pleno (§9), una excitación del medio que puede crearse y destruirse libremente: no hay carga ni número de fotones conservado. En mecánica estadística, el potencial químico μ es el multiplicador de Lagrange de la conservación del número; si el número no se conserva, la minimización de la energía libre respecto a N ($\partial F/\partial N = \mu = 0$) impone

$$\mu = 0 \quad \implies \quad n(\nu) = \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}, \quad (\text{E-cosmo-4})$$

la distribución de Bose-Einstein sin potencial químico, es decir la de Planck exacta, $u(\nu)d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$. La perfección observada ($|\mu| \lesssim 9 \times 10^{-5}$, FIRAS) no es un ajuste fino: es estructural, consecuencia de que el fotón es un modo del medio sin número propio.

Índice espectral sin inflación. En tiempo conforme $d\eta = dt/a$, con la variable de Mukhanov-Sasaki $z = aS$ y $v_k = z\mathcal{R}_k$, la ecuación de modo es

$$v_k'' + \left(c^2 k^2 - \frac{z''}{z} \right) v_k = 0.$$

Con $z \propto (-\eta)^s$, el cómputo simbólico da $z''/z = s(s-1)/\eta^2$, de modo que la ecuación se reduce a la de Bessel con soluciones de Hankel $v_k = \sqrt{-\eta} [AH_\nu^{(1)}(-ck\eta) + BH_\nu^{(2)}]$, $\nu = |s - \frac{1}{2}|$. En el límite super-horizonte ($H_\nu^{(1)} \sim x^{-\nu}$), $\mathcal{P}_{\mathcal{R}} \propto k^{3-2\nu}$, de donde la fórmula maestra:

$$\boxed{n_s - 1 = 3 - 2\nu = 3 - 2\left|s - \frac{1}{2}\right|} \quad (\text{E-cosmo-1})$$

El exponente s . La materia depletada se diluye $S^2 \propto a^{-3}$ ($w = 0$), luego $S \propto a^{-3/2}$ y $z = aS \propto a^{-1/2}$. Con $w = 0$, Friedmann en tiempo conforme da $a \propto (-\eta)^2$, de donde $z \propto (-\eta)^{-1}$, es decir $s = -1$ y $\nu = 3/2$. Sustituyendo:

$$n_s - 1 = 3 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 0 \quad \implies \quad n_s = 1 \text{ (orden cero).}$$

La degeneración de las componentes puras. El tilt rojo observado ($n_s \approx 0,965$, $n_s - 1 \approx -0,035$) no proviene de una componente individual del fondo. Para una componente de ecuación de estado w , Friedmann conforme da $a \propto (-\eta)^p$ con $p = 2/(1+3w)$, y la variable de Mukhanov hereda

$$s_z(w) = p \cdot \frac{-1-3w}{2} = \frac{-1-3w}{1+3w}.$$

Evaluando las dos componentes que dominan el crunch:

$$s_z(0) = -1 \text{ (materia depletada)}, \quad s_z(-2) = \frac{-1+6}{1-6} = -1 \text{ (Klauder, } w_q = -2\text{)}.$$

Ambas dan el mismo exponente $s_z = -1$, luego $\nu = 3/2$ y $n_s = 1$: ni la materia depletada ($w = 0$) ni la pared IR de Klauder ($w_q = -2$) producen, por separado, tilt. El signo rojo exige el *cruce* entre regímenes, no el régimen.

El mecanismo: la transición de empaquetamiento en el rebote. El rebote ocurre desde la densidad máxima finita $\rho_{\text{máx}} = S_{\text{máx,geom}}^2 \rho_P = \frac{8\sqrt{6}}{9} \rho_P$, que el programa deriva como la razón entre el empaquetamiento máximo FCC (Kepler-Hales, $Z = 12$) y la densidad de la red diamante ($Z = 4$):

$$S_{\text{máx,geom}}^2 = \frac{n_{\text{FCC}}^{\text{máx}}}{n_{\text{diamante}}} = \frac{\sqrt{2}/\ell_P^3}{3\sqrt{3}/(8\ell_P^3)} = \frac{8\sqrt{6}}{9}.$$

Las dos estructuras de esta identidad —compacta $Z = 12$ y diamante $Z = 4$ — son las fases entre las que el Pleno transita en el rebote ($Z = 12 \rightarrow Z = 4$). La impresión del espectro primordial ocurre durante esa transición, sobre el fondo persistente $f_c = S_{\text{máx,eff}}^2/S_{\text{máx,geom}}^2 = 1,4956/2,1773 = 0,6869 = \Omega_{EO}$, con $w_{EO} = -1$.

Signo rojo [DLF]. La componente de Klauder que entra en la transición tiene $w_q = -2 < -\frac{1}{3}$: acelera el fondo. Una fase acelerada en la impresión de los modos añade potencia en gran escala respecto de la pequeña, corriendo el espectro al rojo; el fondo persistente f_c con $w_{EO} = -1$ refuerza el mismo signo. Por tanto $n_s - 1 < 0$ estructural, no ajustado.

Pequeñez [DLF]. En el crunch temprano, cuando los modos de gran escala cruzan el horizonte, la fracción de Klauder $x = \rho_q/\rho_m \propto a^6$ es pequeña: el régimen está dominado por la materia depletada ($n_s = 1$), y Klauder entra como corrección de primer orden en $x \ll 1$. Por tanto $|n_s - 1| \ll 1$. La banda $n_s = 0,965 \pm 0,004$ se alcanza con $|w_{\text{eff}}| \approx 0,006$, el orden que Klauder introduce en esa época.

Valor exacto, posicional [CALIBRADO]. El valor $n_s = 0,965$ depende de la fracción de Klauder en el momento preciso del cruce de horizonte, es decir, de dónde sobre la trayectoria $\tilde{S}(t)$ se imprimieron los modos. No existe solución de scaling exacta que cancele esa dependencia: para $V_q \propto S^{-2}$, el ansatz $S \propto t^\beta$, $a \propto t^\gamma$ impone $\beta = 1/2$ por balance de la EOM, pero entonces Friedmann es inconsistente en los exponentes de t ($H^2 \sim t^{-2}$ frente a $\rho \sim t^{-1}$). El valor presente del tilt hereda la condición posicional de $S_{\text{máx,eff}}^2(t_0)$, en pie de igualdad con f_c y H_0 . Por la Regla 17 es variable de estado, no número derivable; el dato mismo es una banda ($\pm 0,0042$).

11.7. La densidad de materia $\Omega_m = 1 - f_c$ — [DERIVADO]

Por conservación de la población del condensado, $f_c + \Omega_{\text{depletada}} = 1$:

$$\boxed{\Omega_m = 1 - f_c = 1 - 0,6869 = 0,3131} \quad (\text{E-cosmo-2})$$

Frente a Planck ($\Omega_m = 0,315 \pm 0,007$): $0,27\sigma$, sin ajuste. Descomponiendo con $\Omega_{MO}/\Omega_M = \sqrt{3}\pi$:

$$\Omega_M = \frac{0,3131}{1 + \sqrt{3}\pi} = 0,0486 \text{ (1,2}\sigma\text{)}, \quad \Omega_{MO} = 0,2645 \text{ (0,07}\sigma\text{)}.$$

La dilución $\rho_m \propto a^{-3}$ es topológica (objetos contables conservados): $n = N/V \propto a^{-3}$, $\rho_m = n m_{\text{sol}} c^2 \propto a^{-3}$, el exponente emerge de la conservación más la geometría.

11.8. La historia de expansión $H(z)$ — [DERIVADO] / [CALIBRADO]

Adimensionalizando $V_{\text{eff}} = \rho_P c^2 v(S)$ y usando $G = c^2/(\rho_P \ell_P^2)$, el prefactor de Friedmann del campo es $\frac{8\pi G}{3} \rho_P c^2 = \frac{8\pi}{3} \frac{c^4}{\ell_P^2} \equiv \mathcal{C}$. De $H^2 = \frac{8\pi G}{3} (\rho_m + \rho_S)$ con $\rho_m = \rho_{m,0}(1+z)^3$ (materia diluida)

y $\rho_S(z)$ la densidad del campo, al formar $E(z) \equiv H(z)/H_0$ el prefactor común $\mathcal{C}$ aparece en numerador y denominador y se cancela junto con toda escala dimensional; normalizando $E(0) = 1$:

$$E^2(z) = \frac{\Omega_m(1+z)^3 + \rho_S(z)/\rho_{c,0}}{\Omega_m + \rho_S(0)/\rho_{c,0}} \quad (\text{E-cosmo-3})$$

forma invariante de escala, forzada por el potencial derivado, con δ_0 (condición inicial $\leftrightarrow w_0$) como única libertad observable. Confrontación con BAO DESI DR2 (5 puntos):

Modelo	χ^2	χ^2/dof
ΛCDM ($\Omega_m = 0,31$)	6.53	1.63
PIU ($\delta_0 \rightarrow 0$, $w_0 \approx -1$)	6.54	1.63
PIU ($\delta_0 = 0,02$, $w_0 = -0,96$)	11.24	2.81

El programa ajusta BAO DESI DR2 tan bien como ΛCDM con menos libertad. La invariancia de escala de la forma es **[DERIVADO]**; w_0 (o δ_0) es **[CALIBRADO]**, variable de estado.

Equivalencia con ΛCDM y ventaja distintiva

PIU- Ψ reproduce los observables cosmológicos centrales con la misma precisión estadística que ΛCDM y con los mismos grados de libertad —es paridad, no superioridad de ajuste. Sobre esa base, el programa aporta tres rasgos que ΛCDM no posee. (i) *Parámetros derivados, no ajustados*: Ω_{EO} y Ω_{MO}/Ω_M salen de la geometría del sustrato (a $0,30\sigma$ y $0,86\sigma$, cero parámetros libres), donde ΛCDM los ajusta al dato. (ii) *Predicciones únicas y falsables*: la asimetría escalar/tensor con transición rojo→azul (CMB-S4/LiteBIRD), la torre rotacional bariónica, la separación de vórtices $d \approx R_p$, y las firmas del polo de Lee-Wick en ondas gravitacionales (LISA/ET/CE) — ΛCDM no formula ninguna; son los puntos donde el programa se expone a refutación. (iii) *Reducción ontológica*: un solo sustrato leído en distintas configuraciones, en lugar de un inventario de componentes independientes cada uno con su ecuación de estado postulada. La economía ontológica es lo que permite *derivar* las fracciones en vez de postularlas.

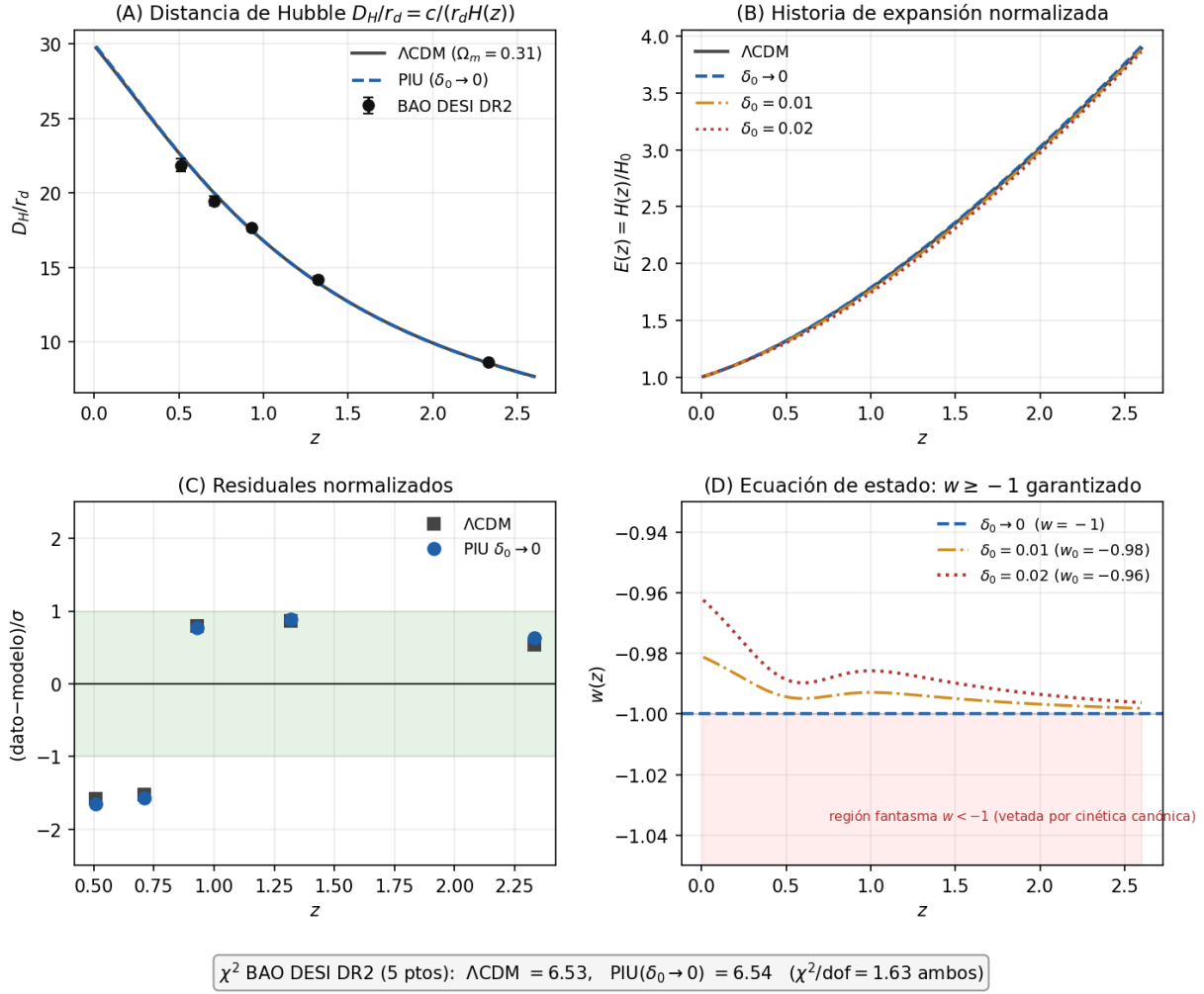


Figura 8: Confrontación con BAO DESI DR2. Panel A: la distancia de Hubble D_H/r_d de PIU ($\delta_0 \rightarrow 0$) y de ΛCDM son indistinguibles sobre los cinco puntos. Panel C: residuales normalizados idénticos. Panel D: la cinética canónica garantiza $w \geq -1$ (la región fantasma queda vetada). El $\chi^2 = 6,54$ de PIU iguala el 6,53 de ΛCDM —mismo ajuste, menos libertad.

Conclusión — qué significa físicamente

La cosmología deja de ser un catálogo de ingredientes ajustados y pasa a ser la lectura del mismo Pleno a escala del universo. Lo que en ΛCDM son parámetros libres, aquí son consecuencias: la razón materia oscura/bariónica $\sqrt{3}\pi$ es geometría pura (dos áreas y un factor espinorial $1/2$); $\Omega_m = 1 - f_c$ es la fracción depletada del condensado; la **energía oscura es el suelo del potencial** —el mismo $0,5229 \rho_P$ del Pleno-suelo del eslabón 6—, de modo que $w = -1$ no es un fluido exótico sino la rigidez elástica del vacío relajado ($\rho + p = 0$, entropía nula: un sólido, no un fluido). El cuerpo negro perfecto y $n_s \approx 1$ sin inflación caen como estructura, no como ajuste. Y todo se sostiene con *menos* libertad que ΛCDM : dos predicciones firmes a $0,27\sigma$ y $0,86\sigma$ sin un solo parámetro, heredadas de la red diamante del eslabón 5. El universo no contiene materia oscura y energía oscura como sustancias separadas: las exhibe como dos lecturas —excitada y de fondo— de un único medio.

11.9. La constante de Hubble como cantidad posicional: factorización, ocupación del condensado y tensión — [DERIVADO] / [DLF]

La forma invariante de escala $E(z) = H(z)/H_0$ cancela el prefactor de Friedmann: el contenido teórico vive en la *forma* de la curva, no en el valor absoluto H_0 . Resta clasificar qué clase de objeto es H_0 . Partiendo de la ecuación de Friedmann efectiva del fondo hoy, $H_0^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{\text{tot},0}$, se adimensionaliza la densidad por su ancla, $\rho_{\text{tot},0} \equiv \Theta(t_0) \rho_P$, y se elimina G con la identidad nativa $G = c^2/(\rho_P \ell_P^2)$ (§5.1). La densidad-ancla ρ_P se cancela exactamente:

$$H_0^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{\text{tot},0} = \frac{8\pi}{3} \frac{c^2}{\rho_P \ell_P^2} \Theta \rho_P = \frac{8\pi}{3} \Theta \frac{c^2}{\ell_P^2} = \frac{8\pi}{3} \Theta \left(\frac{c}{\ell_P} \right)^2. \quad (11.4)$$

Tomando la raíz y usando la identidad definicional $\tau_P = \ell_P/c$ ($c/\ell_P = 1/\tau_P$):

$$H_0 = \underbrace{\sqrt{\frac{8\pi}{3}}}_{\text{razón geom., [DERIVADO]}} \times \underbrace{\frac{c}{\ell_P}}_{\text{ancla } = 1/\tau_P} \times \underbrace{\sqrt{\Theta(t)}}_{\text{estado, [CALIBRADO]}} \quad (\text{E-cosmo-5})$$

con $\sqrt{8\pi/3} = 2,8944$ y $c/\ell_P = 1,8552 \times 10^{43} \text{ s}^{-1}$.

Qué afirma y qué no afirma la factorización. El factor $\sqrt{8\pi/3}$ es el coeficiente geométrico de Friedmann —común a toda cosmología FLRW, fijado por la relación densidad-curvatura en 3+1 dimensiones—, no un invariante exótico de la red. Lo que el programa aporta es la *identificación del ancla*: la escala dimensional de H_0 es exactamente $c/\ell_P = 1/\tau_P$, la frecuencia del tic de Planck (la misma $\dot{\gamma}_{\text{máx}}$ de §12.2), una vez eliminado G por su identidad nativa. La afirmación no trivial es triple: (i) la factorización no introduce ningún parámetro —las dos primeras piezas son fijas y la tercera es una cantidad de estado, no una constante libre; (ii) el contenido dimensional de H_0 reside enteramente en ℓ_P (con c estructura causal reabsorbible), lo que pasa el test de pureza del Idioma del Pleno —en unidades $c = \ell_P = 1$ el ancla se disuelve a la unidad; (iii) el número puro de H_0 en unidades del Pleno, $\sim 10^{-61}$, ajeno a las razones $O(1)$ que el programa deriva, es el diagnóstico de que H_0 es posicional. La verificación numérica con $H_0 = 67,4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} = 2,184 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ da $\Theta_0 = 1,655 \times 10^{-123}$ y reconstruye H_0 exactamente.

La densidad de hoy es la edad en tics, al cuadrado. Definido el número de tics del tiempo de Hubble $N_{\text{tic}} \equiv 1/(H_0 \tau_P) = 8,493 \times 10^{60}$ (con el tic de Planck $\tau_P = \ell_P/c = 5,391 \times 10^{-44} \text{ s}$), de $H_0 = \sqrt{8\pi/3} \sqrt{\Theta}/\tau_P$ se despeja $\sqrt{\Theta} = \sqrt{3/8\pi} (H_0 \tau_P) = \sqrt{3/8\pi}/N_{\text{tic}}$, y al cuadrado:

$$\Theta(t) = \frac{3}{8\pi N_{\text{tic}}^2(t)} \iff N_{\text{tic}} = \sqrt{\frac{3}{8\pi \Theta}}. \quad (\text{E-cosmo-6})$$

Verificación: $3/(8\pi \cdot (8,493 \times 10^{60})^2) = 1,655 \times 10^{-123} = \Theta_0$. El número de tics admite dos lecturas independientes del mismo reloj que concuerdan: desde la tasa, $N_{\text{tic}} = 1/(H_0 \tau_P) = 8,49 \times 10^{60}$; desde la edad observacional, $N = t_0/\tau_P = (13,787 \text{ Gyr})/\tau_P = 8,07 \times 10^{60}$. La concordancia al $\sim 5\%$ sin ajuste confirma que N_{tic} es la edad del universo en tics de Planck, y la pequeña diferencia es el factor $O(1) \approx 0,95$ entre $1/H_0$ y la edad verdadera (el mismo del cabo de magnitud).

Reformulación del problema de la constante cosmológica

El número $\Theta_0 \approx 10^{-123}$ es la formulación cruda del problema de la constante cosmológica: la densidad de energía del vacío de hoy es $\sim 10^{-123}$ veces la de Planck, el peor ajuste fino del modelo estándar. La identidad (E-cosmo-6) lo reescribe: el “ 10^{-123} ” no es un número a explicar, sino $1/N_{\text{tic}}^2$ salvo la razón geométrica $3/8\pi$. Cualquier universo que haya vivido N_{tic} tics tiene automáticamente $\Theta \sim 1/N_{\text{tic}}^2$ por aritmética. No hay que explicar el exponente 123; hay que explicar cuántos tics ha corrido el reloj ($N_{\text{tic}} \approx 8,5 \times 10^{60}$), y eso es una edad, no un parámetro afinado. Esto extiende a la *escala* absoluta lo que $\Omega_m = 1 - f_c$ hizo con la

partición: los “120 órdenes” de la discrepancia materia/vacío se reemplazaron por la fracción de orden uno $f_c \approx 0,69$. Los dos lados del problema —por qué Λ es pequeña (escala) y por qué es comparable a la materia hoy (partición)— quedan reformulados como lecturas de reloj.

La tensión de Hubble como artefacto de método. Si H_0 es la lectura de un reloj —la frecuencia del tic modulada por la edad en tics—, entonces el “ H_0 primordial” y el “ H_0 local” no son dos medidas de una misma constante en desacuerdo, sino dos objetos distintos: el primero es el valor que Λ CDM *necesita* para reproducir el ángulo acústico del CMB bajo su propia plantilla, no un dato crudo. Analizar un medio con $w = -1$ exacto y $H(z)$ elástico —que coincide con Λ CDM a orden lineal y difiere en el régimen no lineal de las paredes— bajo la plantilla Λ CDM sesga la inferencia primordial. La estructura del sesgo se ve en la propagación a la inferencia del método primordial, que ancla H_0 al ángulo acústico $\theta_* = r_s/D_M(z_*)$ del CMB:

$$D_M(z_*) = \int_0^{z_*} \frac{c dz}{H(z)}, \quad H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + (1-\Omega_m)g(z)}, \quad (11.5)$$

$$g(z) = \exp\left[3 \int_0^z \frac{1+w(z')}{1+z'} dz'\right].$$

Cuando el $H(z)$ real es el del medio elástico pero la inferencia se hace bajo el ajuste Λ CDM rígido, el H_0 que reproduce el mismo θ_* a r_s fijo queda por debajo del medido localmente: la degeneración geométrica en la distancia al último scattering produce un sesgo de signo definido. El número $\sim 5,8$ de la “tensión” es una propiedad de la interpretación Λ CDM, no un dato crudo. La predicción falsable del programa es que la tensión se *disuelve* en observables modelo-independientes (D_H/r_d crudo de BAO, θ_* crudo, la forma de $E(z)$): no hay dos valores verdaderos de H_0 en conflicto, sino un artefacto de analizar un medio dinámico bajo una plantilla estática. **[DLF]**.

La predicción: $w = -1$ exacto y la tensión como artefacto; la corrección no lineal, cabo abierto

La **ecuación de estado** del sector tardío es $w = -1$ *exacto* (**[DERIVADO]**: condensado de fase en $S_{\min}$, $T_{\mu\nu} \propto g_{\mu\nu}$), y la **tensión de Hubble** es un artefacto de método (**[DLF]**: el H_0 “primordial” es el que Λ CDM necesita para el CMB, no un dato). Lo que permanece como cabo es la **corrección no lineal de $H(z)$** que las paredes de Gent/Klauder imprimen sobre el fondo elástico —la desviación de $E(z)$ respecto a Λ CDM en el régimen no lineal, cuya amplitud codifica δ_0 — y su confrontación con BAO crudo. El cabo es *relacional*, no temporal: pedir “ $\bar{S}$ como función de un tiempo de fondo” sería circular, pues el tiempo es el cambio acumulado del módulo (§12, la singularidad bajo el tiempo emergente), y la curva de relajación de la red diamante $S^* \rightarrow S_{\min}$ es la curva del tiempo cosmológico —la red nace en la cristalización en $S^* = \sqrt{S_{\min} S_{\max, \text{geom}}} = 1,0330$ y descende monótonamente al atractor $S_{\min}$ (segunda ley). El tiempo emerge como longitud de arco $\propto \int |d\bar{S}|/c$ sobre la órbita, nunca como input

$$\ddot{\bar{S}} + 3H\dot{\bar{S}} + \rho_P^{-1}\ell_P^{-2}V'_{\text{eff}} = 0$$

(con V_{eff} derivado y anclas ρ_P, ℓ_P ; distinta de la ecuación del ciclo primordial §12.4, que gobierna el bounce). Computar esta corrección es la misma clase de operación ya realizada numéricamente para el transitorio de cristalización (§12.5), que reprodujo sus números sin ajuste. Que sea cabo y no resultado cerrado tiene razón matemática: no existe solución de *scaling* exacta de la trayectoria (§11.6: el ansatz $S \propto t^\beta$ deja Friedmann inconsistente en los exponentes), de modo que la forma cerrada exige integración fina. El valor presente Θ_0 (la hora del reloj) permanece posicional: la curva es derivable, el punto sobre la curva es dato histórico.

Qué reloj marca el presente. Conviene distinguir dos objetos. El *módulo radial* $\bar{S}$ es ultra-Planckiano ($m_S = \sqrt{\xi} E_P \approx 4,44 E_P$, §5); frente a la tasa cosmológica $m_S/H_0 \sim 10^{61}$, de modo que se *congela* en $S_{\min}$ casi desde el primer instante y su relajación propia dura $\sim t_P$, no una edad de universo. Que las escalas construidas sobre $\bar{S}$ (masas de solitón M_Q , $S_{\min}$ de los defectos)

no deriven lo confirma observacionalmente. El módulo, por tanto, **ya está en el atractor**; su descenso $S^* \rightarrow S_{\min}$ es el reloj del rebote/cristalización, no el de la época actual. El reloj del presente es el **condensado coherente de fase** (EO-Telón, §11.7): su $w = -1$ no es un campo rodando —eso daría $w = +1$ — sino la simetría $T_{\mu\nu} \propto g_{\mu\nu}$ del estado fundamental (sin marco de reposo, [DERIVADO]), con $\dot{\theta}_0 = 0$ y por tanto $w = -1$ *exacto*, no una aproximación con residuo. La lectura posicional que sí opera es la de la *ocupación* del condensado (f_c, H_0, n_s), no la de la ecuación de estado. Solo un modo sin masa (Goldstone de fase, A5) podría en principio rodar lento frente a H , pero un modo de fase que rueda diluye como materia ($\rho_{\text{cin}} \propto S^2 \propto L^{-3}$, de la carga de Noether $S^2 \dot{\theta} L^3 = \text{cte}$ y la continuidad $S^2 L^3 = \text{cte}$), no como una componente de $w = -1$: queda descartado como origen de la energía oscura, y el condensado en su mínimo ($\dot{\theta}_0 = 0$) se mantiene en $w = -1$ exacto. Lo único que resta calcular es la corrección no lineal de $H(z)$ por las paredes, que vive en la respuesta colectiva del *sector de fase*, no en la órbita del módulo radial —la ecuación $\ddot{S} + 3H\dot{S} + \rho_P^{-1} \ell_P^{-2} V'_{\text{eff}} = 0$ describe el fondo homogéneo colectivo. [DLF] (apoyado en resultados derivados: $T \propto g, m_S$, el escalado L^{-3} de un modo de fase que rueda).

La ocupación del condensado en el reposo actual. El descenso del módulo desde la saturación del bounce $S_{\text{máx,geom}}^2 = 2,1773$ hacia el reposo $S_{\min}^2 = 0,5229$ (ley $S^2 \propto a^{-3}$, §10.5) está *esencialmente completo*: hoy el Pleno-suelo está en su régimen relajado, con $S \sim S_{\min}$ (§4.5), asentándose en el atractor del pozo con $\dot{S}$ pequeño pero no nulo. No estamos a mitad del descenso; estamos en el fondo de la curva. Lo que las cantidades posicionales (H_0, f_c, w_0, n_s) localizan no es una posición intermedia sobre el descenso, sino el **nivel de ocupación del condensado** en ese reposo:

$$f_c = \frac{S_{\text{máx,eff}}^2}{S_{\text{máx,geom}}^2} = \frac{1,4956}{2,1773} = 0,6869 = \Omega_{EO} \quad (\text{E-cosmo-7})$$

El condensado ocupa el 69 % de la capacidad geométrica; el 31 % restante ($1 - f_c = 0,3131$) es la depleción cuántica. Estructura [DERIVADO]; valor del numerador $S_{\text{máx,eff}}^2$ [CALIBRADO] posicional (como H_0 , anclado a la época actual). f_c no es una constante de la naturaleza sino la ocupación residual del modo coherente —la misma que H_0 y n_s leen desde ángulos distintos. Las proyecciones coinciden con un solo estado, el reposo: $f_c = 0,6869$ (ocupación) y $n_s - 1 = -0,035$ (tilt del espectro primordial), consistencia interna verificable del sector de fondo. La ecuación de estado no es de este tipo: $w = -1$ es exacto, geométrico, no una lectura posicional. [DLF].

El valor de fondo de H_0 y la exclusión del valor local. La posición R y la condición inicial δ_0 que fija $w(z)$ determinan el valor de fondo de la constante de Hubble. Integrando la historia de expansión con la edad observada $t_0 = 13,787 \text{ Gyr}$:

δ_0	w_0	$E(z)$ a $z = 2$ vs ΛCDM	H_0 ($\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$)
$\rightarrow 0$	-1	$\rightarrow \Lambda\text{CDM}$ ($\chi^2 = 6,54$)	67,71
0,02	-0,961	+2,45 %	67,41

En toda la franja de condiciones iniciales el fondo cae en $H_0 \sim 67\text{--}68$ (lado primordial): el caso físico $\delta_0 \rightarrow 0$ —sector tardío con $w = -1$ exacto, indistinguible de ΛCDM a orden lineal— da $H_0 = 67,71$; una condición inicial pequeña $\delta_0 = 0,02$, que codifica la corrección no lineal de las paredes sobre $E(z)$, da $H_0 = 67,41$, coincidente con Planck ($67,4 \pm 0,5$). El parámetro δ_0 no es un w_0 dinámico —el fondo tiene $w = -1$ exacto— sino la amplitud de la corrección no lineal, [CALIBRADO] posicional; la forma de $E(z)$ es derivada. El punto robusto, independiente de δ_0 : el H_0 de fondo del Pleno está en el lado primordial, nunca cerca de 73.

El valor local SH0ES (~ 73) queda *excluido* como fondo por una cota estructural. La edad adimensional $A \equiv H_0 t_0$ está acotada por la cinética canónica: $H_0 = 73$ con la edad observada exigiría $A \approx 1,03$, pero un fondo con energía oscura de $w = -1$ exacto impone $A \leq A(w = -1) = 0,953$ (edad $\approx 0,95/H_0$). Superarlo exige la región fantasma $w < -1$, vetada por $w + 1 = \rho_P \ell_P^2 \dot{S}^2 / \rho \geq 0$. El valor local no es el H_0 de fondo: es la tasa instantánea que la escalera de

distancias mide localmente, sesgada respecto al fondo. [DERIVADO] por la cota $w \geq -1$. Numéricamente: $A(67,41) = 0,9505$, $A(67,71) = 0,9547$ (ambos bajo el techo), $A(73) = 1,0293$ (excluido).

Lectura nativa: $A < 1$ es la huella del fluido que se enfría. La cota anterior se enuncia en lenguaje FLRW ($w, 1/H_0$), pero su contenido es nativo y conviene leerlo en el Idioma del Pleno, donde A deja de ser objeto fundamental y pasa a ser la *sombra observable* de la dinámica del módulo. El tiempo es el cambio acumulado de $\bar{S}$ sobre la curva de relajación (§12); H_0 es la tasa fraccional de ese cambio hoy; t_0 es el arco ya recorrido desde S^* . El medio es un fluido dilatante que se *enfria* al descender $S^* \rightarrow S_{\min}$: la tasa de deformación $\dot{\gamma}$ alcanza un máximo en la bajada rápida de la zona caliente (cerca de S^*) y *decae* al acercarse al atractor frío $S_{\min}$ —exactamente el perfil del transitorio viscoso (§12, $\dot{\gamma}_{\max} = 0,98$ no superado, luego amortiguamiento). Que el reloj cósmico *fuera más rápido en el pasado y se frene ahora* implica que el universo alcanzó su estado actual más rápido de lo que su tasa de hoy sugeriría: es *más joven* que su tiempo de Hubble, $t_0 < 1/H_0$, es decir $A = H_0 t_0 < 1$. El signo de la cota es, pues, la firma integral de una fase rápida seguida de frenado —la misma física del transitorio dilatante, no un veto importado. Un H_0 de fondo de 73 daría $A = 1,03 > 1$: exigiría lo contrario —una expansión que se acelera netamente sin haber sido rápida antes, es decir $\ddot{S}$ creciente que rebasaría el atractor $S_{\min}$ —, vetado por el descenso monótono al atractor (segunda ley) y, equivalentemente, por $w \geq -1$ (un cuadrado $\dot{S}^2 \geq 0$). La *exclusión* del 73 es así [DERIVADO] nativa, independiente de la integral de Friedmann; el *valor* exacto del techo (0,953) es su proyección FLRW y depende de la forma fina de $f(\bar{S})$ —cabo F-cosmo. Verificado: un universo que frena más (más rápido en el pasado) da A menor —solo materia, $A = 2/3$; con energía oscura, $A \rightarrow 0,953$ por arriba—; $A > 1$ solo lo produce $w < -1$, físicamente imposible en un medio elástico que se enfría.

La cota de Hubble es la cota dilatante, con igualdad exacta. El extremo $S_{\max, \text{geom}}$ fija la cota superior absoluta de la tasa de expansión: de $\rho_{\max} = \rho_P S_{\max, \text{geom}}^2$ y Friedmann, $H_{\max} = \sqrt{8\pi G \rho_{\max}/3} = \sqrt{8\pi/3} (c/\ell_P) S_{\max, \text{geom}} = 7,922 \times 10^{43} \text{ s}^{-1}$, con horizonte mínimo $R_{H, \min} = c/H_{\max} = 0,2341 \ell_P$ sub-Planckiano. Comparada con la tasa máxima de deformación $\dot{\gamma}_{\max} = c/\ell_P$ (§12.2), el cociente es exacto:

$$\frac{H_{\max}}{\dot{\gamma}_{\max}} = \sqrt{\frac{8\pi}{3}} S_{\max, \text{geom}} = 4,2709 \quad (\text{E-cosmo-8})$$

no un “factor ~ 4 ”: la cota de Hubble (cosmología del bounce) y la cota dilatante de deformación (jamming, $\text{Ma} = 1$) son la misma rigidez del medio, ligadas por el coeficiente de Friedmann por la raíz del cociente de empaquetamiento. [DERIVADO].

Qué es pertinente predecir: observables, no parámetros de otro modelo

Cautela metodológica que gobierna esta subsección. La “tensión de Hubble” *no* es una discrepancia entre dos mediciones de la misma cantidad: el valor local (~ 73) es modelo-dependiente de forma leve, pero el “primordial” (~ 67) **no se mide** —es un parámetro derivado de ajustar ΛCDM al patrón del CMB, “el H_0 que ΛCDM necesita”, no “el H_0 del universo temprano”. Por tanto el número $\sim 5,8$ es propiedad de la interpretación ΛCDM , no un dato crudo. **No es pertinente** calibrar $\text{PIU-}\Psi$ para reproducir $\sim 5,8$ (sería imitar un artefacto del modelo que se reemplaza); **sí es pertinente** predecir el *sesgo de método*: que analizar un medio con $w = -1$ exacto y $H(z)$ elástico bajo la plantilla ΛCDM rígida infiere un H_0 del CMB sesgado bajo, con signo definido, y que la tensión —igual que la señal $w_0 - w_a$ de DESI— se disuelve en observables modelo-independientes. La confrontación de $\text{PIU-}\Psi$ se hace siempre contra observables modelo-independientes (D_H/r_d de BAO, $E(z)$, θ_* crudo), nunca contra parámetros (H_0^{Planck} , w_0^{DESI}) que ya son salidas de un ajuste ΛCDM .

Balance del sector Hubble: qué entrega el programa y qué deja abierto

El peso del resultado se distribuye en varias piezas y no se reduce a una sola. En orden de fuerza, el programa entrega:

1. **Factorización exacta** $H_0 = \sqrt{8\pi/3} (c/\ell_P) \sqrt{\Theta}$ (E-cosmo-5), [DERIVADO]. La escala dimensional de H_0 es la frecuencia del tic de Planck $c/\ell_P = 1/\tau_P$, una vez eliminado G por su identidad nativa; H_0 queda en anclas del Pleno y razones puras, sin escala ajena.
2. **Reformulación del problema de la constante cosmológica** (E-cosmo-6), [DERIVADO]: $\Theta_0 = 3/(8\pi N_{\text{tic}}^2)$ convierte el “ 10^{-123} ” en el inverso del cuadrado de la edad en tics. No hay densidad de vacío minúscula que explicar; hay un universo viejo. Reinterpretación, no número nuevo, pero reescribe un ajuste fino de 123 órdenes como una edad.
3. **Ecuación de estado** $w = -1$ **exacta del sector tardío**, [DERIVADO]: el condensado de fase en $S_{\text{mín}}$ con $\dot{\theta}_0 = 0$ da $T_{\mu\nu} \propto g_{\mu\nu}$, sin marco de reposo; la positividad de la cinética veta $w < -1$ y ningún mecanismo interno desplaza w de -1 . La corrección no lineal de las paredes sobre $E(z)$ es la única libertad, codificada en δ_0 .
4. **Igualdad estructural exacta cota Hubble/cota dilatante** (E45), [DERIVADO]: $H_{\text{máx}}/\dot{\gamma}_{\text{máx}} = \sqrt{8\pi/3} S_{\text{máx,geom}} = 4,2709$, no un mero “mismo orden”. La cota cosmológica de expansión y la cota reológica de deformación son la misma rigidez del medio, leídas desde la expansión global y desde la cizalla local.
5. **Tensión de Hubble como artefacto de método**, [DLF]: el H_0 “primordial” (~ 67) es el que Λ CDM necesita para el CMB, no un dato; analizar un medio con $w = -1$ exacto y $H(z)$ elástico bajo esa plantilla sesga la inferencia. El programa predice que la tensión —y la señal w_0-w_a de DESI— se disuelven en observables modelo-independientes.
6. **Valor de fondo de H_0 y exclusión del local**, [CALIBRADO]/[DERIVADO]: en toda la franja de condiciones iniciales el fondo da $H_0 \sim 67-68$ (lado primordial: 67,71 para $\delta_0 \rightarrow 0$, 67,41 para $\delta_0 = 0,02$), coincidente con Planck; el valor local 73 exigiría $A = H_0 t_0 \approx 1,03$, vetado por la cota $A \leq 0,953$ que impone $w \geq -1$.

Lo *único* abierto es la **corrección no lineal de $H(z)$** que las paredes de Gent/Klauder introducen sobre el fondo elástico, y su medibilidad en BAO crudo —más la predicción de S_8 desde el arrastre de fase. El cómputo cerrado de esa corrección es la misma clase de operación ya hecha numéricamente para el transitorio (§12.5); resta su forma en el régimen relajado: cabo de confrontación, de prioridad subordinada. La señal w_0-w_a de DESI y la tensión de Hubble no son cantidades a reproducir, sino artefactos que el programa predice que se disuelven en observables crudos. Cinco resultados con matemática exacta o estructural, la corrección no lineal como cabo declarado: no es “solo el signo”.

Conclusión — qué significa para la física real

La lectura posicional reduce tres problemas que el modelo estándar trata por separado a una sola afirmación ontológica: H_0 *no es una constante de la naturaleza, sino la hora de un reloj*. El **problema de la constante cosmológica** deja de ser un ajuste fino de 123 órdenes — Θ_0 es el inverso del cuadrado de la edad en tics. La **tensión de Hubble** deja de ser anomalía —el H_0 “primordial” no se mide, es el que Λ CDM necesita para el CMB, y analizar un medio con $w = -1$ exacto y $H(z)$ elástico bajo esa plantilla sesga la inferencia. La **señal de energía oscura dinámica** de DESI es el mismo tipo de artefacto: la que aparece al forzar un medio con $w = -1$ exacto en la parametrización w_0-w_a . Las tres son la misma cosa: un medio elástico —cuyo $H(z)$ coincide con Λ CDM a orden lineal y difiere

en el régimen no lineal— leído bajo supuestos estáticos. La contrapartida, lejos de ser una debilidad, es lo que vuelve falsable la propuesta: el programa no deriva el *valor* de H_0 (sería derivar la hora del mecanismo del reloj), y predice que la tensión y la señal DESI se disuelven en observables modelo-independientes —si en cambio *persisten* en datos crudos, o si la señal se consolida en $w_0 < -1$ (región fantasma vetada por $w + 1 \geq 0$), la lectura queda refutada.

11.10. La dilatación temporal de las SN Ia: el factor compartido $b = 1$ y la cota de redshift radial — [DERIVADO]

El corrimiento al rojo y la dilatación temporal de las fuentes lejanas no se leen a través de un factor de escala postulado: se derivan del mapa de deformación del propio medio. El fondo homogéneo e isótropo es la parte de fondo del mapa $X^a(x)$, con estiramiento temporal $X^0 = \tau(t)$ y espacial $X^i = L(t) x^i$. Las componentes de la métrica emergente —el tensor de Cauchy-Green del medio hiperelástico (E39a, §7)— son $g_{00} = -\dot{\tau}^2$ y $g_{ij} = L^2 \delta_{ij}$ (con $c = 1$), sin insertar $a(t)$ en ningún paso.

El teorema del factor compartido. El fotón es un modo TT del medio ([DERIVADO], §9), y su propagación radial es nula, $ds^2 = 0$:

$$-\dot{\tau}^2 dt^2 + L^2 dx^2 = 0 \implies \dot{\tau} dt = L dx \implies dx = \frac{d\tau}{L}, \quad (11.6)$$

usando $d\tau = \dot{\tau} dt$ como diferencial del tiempo propio de fondo (con $c = 1$). *La longitud de onda comóvil se conserva.* La fase del modo, $\phi = k_{\text{com}} x - \omega_{\text{com}} \tau$, es un escalar invariante que se propaga sobre la coordenada comóvil x ; como el fondo es homogéneo (independiente de x), el número de onda comóvil $k_{\text{com}} = 2\pi/\lambda_{\text{com}}$ es una constante de movimiento (no hay gradiente espacial que lo modifique), de modo que λ_{com} es fijo a lo largo de la trayectoria. La longitud de onda *física* es la comóvil estirada por el mapa espacial, $\lambda_{\text{fis}} = L \lambda_{\text{com}}$, y por tanto

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_e} = \frac{L(\tau_0) \lambda_{\text{com}}}{L(\tau_e) \lambda_{\text{com}}} = \frac{L(\tau_0)}{L(\tau_e)}. \quad (11.7)$$

El intervalo temporal comparte el mismo factor. Dos crestas sucesivas emitidas en τ_e y $\tau_e + \delta\tau_e$ recorren la *misma* coordenada comóvil Δx hasta el receptor, pues x depende solo de los extremos:

$$\int_{\tau_e}^{\tau_0} \frac{d\tau}{L} = \int_{\tau_e + \delta\tau_e}^{\tau_0 + \delta\tau_0} \frac{d\tau}{L}. \quad (11.8)$$

Restando las dos integrales y usando que $\delta\tau_e, \delta\tau_0$ son un período de la luz —incomparablemente menor que la escala sobre la que L varía (período $\sim 10^{-15}$ s frente a tiempo de Hubble $\sim 10^{17}$ s), de modo que L es constante sobre cada intervalo— los aportes de los bordes dan

$$\frac{\delta\tau_e}{L(\tau_e)} = \frac{\delta\tau_0}{L(\tau_0)} \implies \frac{\delta\tau_0}{\delta\tau_e} = \frac{L(\tau_0)}{L(\tau_e)}. \quad (11.9)$$

Longitud de onda e intervalo temporal comparten idénticamente el factor $L(\tau_0)/L(\tau_e)$:

$$\boxed{\frac{\lambda_0}{\lambda_e} = \frac{\delta\tau_0}{\delta\tau_e} = \frac{L(\tau_0)}{L(\tau_e)} \equiv 1 + z} \quad (\text{E-cosmo-9})$$

La definición $1 + z \equiv L(\tau_0)/L(\tau_e)$ es la del redshift como razón de estiramiento; lo no trivial —y lo que se deriva— es que el *intervalo temporal* comparta ese mismo factor, por nulidad del modo TT, no por definición. [DERIVADO] (falsadores: A3, pull-back de la estructura causal plana; A1, el fotón como modo TT del medio).

La luz cansada, excluida por mecanismo. La hipótesis de “luz cansada” pura —redshift sin dilatación temporal— queda excluida por mecanismo nativo, antes de invocar el dato: un modo TT no puede estirar su longitud de onda sin estirar por el mismo factor el intervalo entre sus crestas, porque ambos son la misma razón $L(\tau_0)/L(\tau_e)$. [DERIVADO].

La dilatación temporal de las supernovas Ia, cerrada con el dato. La anchura temporal de la curva de luz de una SN Ia a redshift z se estira como $\Delta t_{\text{obs}} = \Delta t_{\text{em}}(1+z)^b$: la luz cansada pura predice $b = 0$, la dilatación cosmológica $b = 1$. El programa predice $b = 1$ exacto, forzado: longitud de onda e intervalo temporal salen de la misma condición de nulidad ($ds^2 = 0$) sobre la misma métrica emergente con el mismo $L(\tau)$, de modo que $b = 1$ es una identidad algebraica, no un ajuste. El teorema no depende de *qué* sector del medio genere el estiramiento $L(\tau)$: vale para cualquier factor de escala homogéneo, porque solo usa la nulidad del modo TT y la homogeneidad del fondo. Las supernovas observadas a $z \sim 1-2$ viven en el sector de fase (§11.9), homogéneo a orden de fondo, de modo que su $L(\tau)$ es el del condensado de fase —no el del módulo radial, acotado por $z_{\text{máx}} \approx 0,268$, abajo— y el teorema aplica igual: $b = 1$ se mantiene en todo el rango observable. La medición más precisa disponible (DES-SN5YR, White et al. 2024: 1504 SNe Ia, $0,1 \leq z \leq 1,2$) da

$$b = 1,003 \pm 0,005 (\text{stat}) \pm 0,010 (\text{sys}), \quad (11.10)$$

concordante con $b = 1$ a $0,27\sigma$, y excluye la luz cansada ($b = 0$) a $\sim 90\sigma$. Donde ΛCDM *asume* $b = 1$ como consecuencia de postular la métrica en expansión, el programa lo *deriva* como teorema del medio elástico: misma predicción numérica, distinta profundidad. Cualquier medición futura de $b \neq 1$ a alta significancia refutaría el mecanismo del modo TT. [DERIVADO], sin parámetro libre.

La ley del sector radial y la cota de redshift. Por continuidad del continuo hiperelástico (conservación de masa, $\rho J = \text{cte}$ con $J = L^3$ y $\rho = \rho_P S^2$):

$$\rho_P S^2 L^3 = \text{cte} \implies S^2 L^3 = \text{cte} \implies \boxed{L(S) \propto S^{-2/3}} \quad (\text{E-cosmo-10})$$

[DERIVADO] de continuidad y $\rho = \rho_P S^2$ (amplitud S frente a ocupación $\rho_P S^2$). Con el módulo radial congelado en $S_{\text{mín}}$, el redshift acumulado sobre el tramo $S^* \rightarrow S_{\text{mín}}$ está acotado:

$$(1+z)_{\text{máx}} = \left(\frac{S^*}{S_{\text{mín}}} \right)^{2/3} = \left(\frac{S_{\text{máx,geom}}}{S_{\text{mín}}} \right)^{1/3} = \left(\frac{1,4756}{0,7231} \right)^{1/3} = 1,2684 \implies z_{\text{máx}} \approx 0,268. \quad (11.11)$$

[DERIVADO], estructural (depende solo de las paredes fijas $\{S_{\text{mín}}, S_{\text{máx,geom}}\}$). La segunda igualdad es una identidad algebraica exacta: como el punto crítico es la media geométrica de las paredes, $S^* = \sqrt{S_{\text{mín}} S_{\text{máx,geom}}}$ (§12, estructura reológica bilateral), se tiene $(S^*/S_{\text{mín}})^{2/3} = ((S_{\text{mín}} S_{\text{máx,geom}})^{1/2}/S_{\text{mín}})^{2/3} = (S_{\text{máx,geom}}/S_{\text{mín}})^{1/3}$, sin aproximación. Numéricamente, $(1,4756/0,7231)^{1/3} = 1,2684$, luego $z_{\text{máx}} = 0,2684$. Esta cota fuerza la **estructura de dos relojes**: el sector radial, con su redshift acotado a $z_{\text{máx}} \approx 0,268$, no puede producir el redshift de las supernovas ($z \sim 1-2$); por tanto el reloj de la época observable es el sector de fase, no el radial (§11.9), y es su factor de escala $L(\tau)$ el que entra en el teorema del factor compartido de arriba.

Este mismo número surge, por una segunda vía independiente, de la *dinámica de fondo* del módulo. La ecuación de fondo (§11.2) es un oscilador no lineal, $\ddot{\tilde{S}} + 3H\dot{\tilde{S}} + \rho_P^{-1} \ell_P^{-2} V'_{\text{eff}}(\tilde{S}) = 0$, que parte de la cristalización en S^* y desciende al atractor $S_{\text{mín}}$. Combinada con la ley de continuidad $L \propto S^{-2/3}$ recién obtenida (E-cosmo-10), el estiramiento total acumulado sobre ese tramo —normalizando $L = 1$ en la cristalización $S = S^*$ — es

$$\frac{L(S_{\text{mín}})}{L(S^*)} = \left(\frac{S^*}{S_{\text{mín}}} \right)^{2/3} = 1,2684. \quad (11.12)$$

Que la *cota cinemática* del redshift radial (de la ley $L \propto S^{-2/3}$ leída sobre las paredes fijas) y el *estiramiento dinámico* del fondo (la misma ley leída sobre la órbita del oscilador de §11.2, desde S^*

hasta $S_{\min}$) den el mismo 1,2684 no es coincidencia numérica ajustada: ambas evalúan la misma ley $L \propto S^{-2/3}$ sobre el mismo tramo $S^* \rightarrow S_{\min}$ —la primera como cota de acumulación de fase de la luz, la segunda como estiramiento integrado del fondo homogéneo. Dos lecturas del mismo tramo, el mismo número, sin parámetro libre.

Conclusión — redshift y dilatación temporal, una identidad del medio

El corrimiento al rojo y la dilatación del tiempo de las fuentes lejanas no son dos efectos que haya que postular por separado: son el *mismo* factor de estiramiento $L(\tau_0)/L(\tau_e)$ del mapa de deformación, forzados a coincidir por la nulidad del modo TT ($ds^2 = 0$). De ahí que el exponente de dilatación de las curvas de luz sea $b = 1$ *exacto*, sin ajuste —confirmado a $0,27\sigma$ por DES-SN5YR y excluyendo la luz cansada a $\sim 90\sigma$. Y de la conservación de masa del continuo sale $L(S) \propto S^{-2/3}$, cuya cota $z_{\max} \approx 0,268$ para el sector radial congelado obliga a que el reloj de la época observable sea el sector de fase: la misma estructura de dos relojes que gobierna la lectura posicional de H_0 . El valor de esa cota, $(S^*/S_{\min})^{2/3} = 1,2684$, sale por dos vías que convergen —la cinemática del redshift y la dinámica del oscilador de fondo, ambas sobre el tramo $S^* \rightarrow S_{\min}$ —, sin un solo parámetro ajustado.

12. Reología del Pleno y el ciclo cósmico

12.1. El índice de flujo y la lectura Herschel-Bulkley — [DERIVADO] / [DLF]

El Pleno se comporta como un fluido no newtoniano dilatante con fluencia (Herschel-Bulkley). Definiendo la fracción de empaquetamiento normalizada $x \equiv \rho/\rho_{\max} = S^2/S_{\max, \text{geom}}^2 \in [0, 1)$, identificada con la tasa relativa de deformación $x = \dot{\gamma}/\dot{\gamma}_{\max}$ (E46) —ambas miden cuán cerca está el medio de su cota dura—, la tensión reducida que mide el apartamiento del reposo (con $\tau \rightarrow 0$ cuando $x \rightarrow 0$) es $\tau_{\text{red}}(x) = x/(1-x)$, donde el $(1-x)$ en el denominador es la firma del atascamiento geométrico (A6). El *índice de flujo* se define como la pendiente logarítmica local de la curva de flujo, $n \equiv d \ln \tau / d \ln \dot{\gamma} = d \ln \tau_{\text{red}} / d \ln x$ (pues $d \ln x = d \ln \dot{\gamma}$). Con $\ln \tau_{\text{red}} = \ln x - \ln(1-x)$,

$$n(x) = x \frac{d}{dx} [\ln x - \ln(1-x)] = x \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} \right) = 1 + \frac{x}{1-x},$$

de donde

$$\boxed{n(x) = \frac{1}{1-x}}, \quad x = \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_{\max}}. \quad (\text{E47})$$

$n \rightarrow 1$ (newtoniano) en el vacío diluido y $n \rightarrow \infty$ (rigidización por atascamiento) al acercarse al empaquetamiento máximo. *En el reposo actual* el empaquetamiento es $x_{\text{rep}} = S_{\min}^2/S_{\max, \text{geom}}^2 = 0,5229/2,1773 = 0,2401$, de modo que el medio hoy es levemente dilatante, casi newtoniano: $n_{\text{rep}} = 1/(1-0,2401) = 1,316$. Este valor es *geométrico* (depende solo de los extremos fijos), no posicional: no cambia con la relajación de la red, a diferencia de R , f_c o w_0 . El límite $n \rightarrow 1$ en $x \rightarrow 0$ es [DERIVADO] (independiente del modelo); el carácter dilatante $n > 1$ y la divergencia en la cota son [DLF], y la forma cerrada $1/(1-x)$ depende del modelo constitutivo de empaquetamiento $x = S^2/S_{\max, \text{geom}}^2$, por lo que es [DLF]. El esfuerzo de fluencia proviene de la pared IR de Klauder: para deformar el módulo a partir del reposo hay que vencer la respuesta restauradora $-dV_q/dS$ del potencial cuántico $V_q^{\text{dens}} = 3\hbar^2/(8\rho_P \ell_P^8 S^2)$ (E5). Derivando y usando $\hbar = \rho_P c \ell_P^4$,

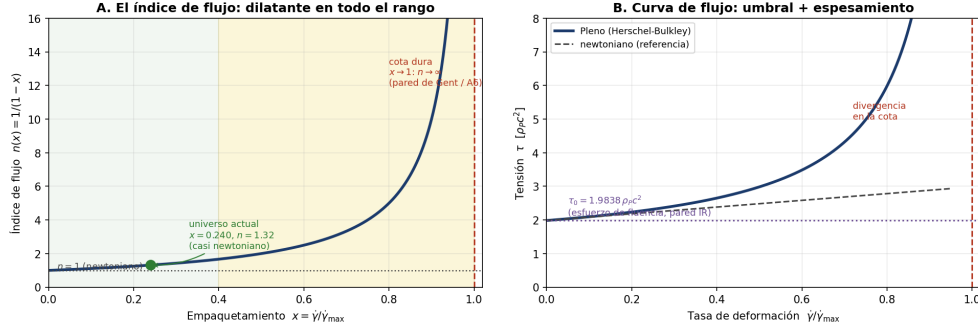
$$-\frac{dV_q^{\text{dens}}}{dS} = \frac{3\hbar^2}{4\rho_P \ell_P^8 S^3} = \frac{3\rho_P c^2}{4S^3},$$

y evaluando en el Pleno-suelo $S = S_{\min}^{\text{estr}}$:

$$\boxed{\tau_0 = \frac{3}{4(S_{\min}^{\text{estr}})^3} \rho_P c^2 \approx 1,9838 \rho_P c^2} \quad (\text{E48})$$

Verificación (sympy): con $S_{\min}^{\text{estr}} = 12(\pi^2 - 4)/\pi^4$, $3/[4(S_{\min}^{\text{estr}})^3] = 1,98376$. La ley constitutiva completa es $\tau = \tau_0 + \kappa_{\text{HB}} \dot{\gamma}^{n(x)}$, con τ_0 [DERIVADO] (pared IR de Klauder) y el exponente $n(x)$ clasificado arriba. El medio tiene, pues, los tres rasgos de un fluido de Herschel-Bulkley —umbral de fluencia τ_0 , ley de potencia, e índice variable $n(x)$ — todos derivados de F1.

El Pleno como fluido dilatante de Herschel-Bulkley: índice de flujo y curva reológica



Modelo de Herschel-Bulkley $\tau = \tau_0 + K \dot{\gamma}^n$ con los tres elementos derivados: umbral τ_0 de la pared IR de Klauder, índice $n(x) = 1/(1-x)$ de la pared de Gent. Hoy el Pleno es casi newtoniano ($n = 1.32$); la dilatación fuerte solo se activa cerca de las cotas.

Figura 9: El Pleno como fluido dilatante de Herschel-Bulkley. El índice de flujo $n(x) = 1/(1-x)$ pasa de newtoniano ($n \rightarrow 1$) en el vacío diluido a divergente ($n \rightarrow \infty$) en la cota dura. El universo actual ($x = 0,240$, $n = 1,32$) está casi en régimen newtoniano; la dilatación fuerte solo se activa cerca de la saturación. El esfuerzo de fluencia $\tau_0 = 1,9838 \rho_P c^2$ es la pared IR de Klauder.

12.2. La tasa máxima de deformación $\dot{\gamma}_{\max} = c/\ell_P$ — [DERIVADO]

En reología la variable independiente es la **tasa de deformación** $\dot{\gamma}$ ($[s^{-1}]$). El axioma A4 (regulación UV) hace que el operador de propagación de F1 lleve la corrección $\square \rightarrow \square(1 + \ell_P^2 \square/20)$ (dispersión E23), de modo que toda excitación tiene número de onda acotado por $k_{\max} \sim \ell_P^{-1}$ y, con velocidad c , frecuencia acotada por $\omega_{\max} = c k_{\max} \sim c/\ell_P$. Una cizalla del medio es una excitación de su módulo, luego su tasa máxima es esa frecuencia de corte:

$$\dot{\gamma}_{\max} = \frac{c}{\ell_P} = \frac{1}{t_P} \approx 1,8552 \times 10^{43} \text{ s}^{-1}, \quad (\text{E45})$$

la **frecuencia de Planck**, con $t_P = \ell_P/c$ (verificado: $c/\ell_P = 1,8552 \times 10^{43}$). No es traducción dimensional de c : es la frecuencia de corte que la regulación UV de F1 impone, leída como tasa de deformación. La **tasa relativa** adimensional:

$$x \equiv \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_{\max}} = \dot{\gamma} \frac{\ell_P}{c} \in [0, 1) \quad (\text{E46})$$

coincide con el **número de Deborah** $De = \tau_{\Pi}^* \dot{\gamma}$ con $\tau_{\Pi}^* = \ell_P/c = t_P$: mide cuán cerca está la deformación de la tasa límite. La transición fluido↔sólido viscoelástica ocurre en $De \sim 1$, que aquí coincide con la cota dura $x \rightarrow 1$. [DERIVADO] desde A4 y E23.

Conclusión

La fracción de empaquetamiento $x = \rho/\rho_{\max} = S^2/S_{\max, \text{geom}}^2$ del índice de flujo (E47) tiene así una lectura cinética gemela: $x = \dot{\gamma}/\dot{\gamma}_{\max}$. El mismo x que gobierna la dilatación del medio (atascamiento al saturar) gobierna su respuesta a la tasa de deformación, anclando la lectura Herschel-Bulkley a la cota dura de F1. La igualdad de las dos lecturas de x es una *identificación física* (densidad vs. tasa), no una ecuación derivada.

12.3. El factor de Lorentz como índice de flujo cinético — [DERIVADO]

El *mismo* índice de flujo dilatante que rigidiza el medio al saturar su densidad, evaluado sobre la fracción *cinética* usada del tope c , reproduce la relatividad especial.

La analogía es estructural. En el sector reológico, $x = \dot{\gamma}/\dot{\gamma}_{\text{máx}}$ mide cuánto de la tasa límite de deformación se usa, y el medio se rigidiza como $n(x) = 1/(1-x)$. En el sector cinético, una configuración que se mueve a velocidad v usa la fracción $u \equiv v^2/c^2$ de su capacidad de cambio respecto al tope c —la misma estructura de “fracción del límite usada”. Evaluando el índice de flujo sobre esta fracción:

$$n(u) = \frac{1}{1-u} = \frac{1}{1-v^2/c^2} = \gamma^2. \quad (\text{E49–E50})$$

El factor de Lorentz al cuadrado *es* el índice de flujo del Pleno respecto a la tasa de cambio cinética (verificado simbólicamente). Esto no es coincidencia formal: en §2 la ligadura de capa de masa daba $E = \gamma Mc^2$, de modo que $E^2 = \gamma^2 (Mc^2)^2 = n(u) (Mc^2)^2$; la energía relativista *es* la energía estructural amplificada por el índice de flujo. La **dilatación temporal** es, literalmente, la rigidización dilatante del medio cuando la tasa de cambio se acerca a su tope: el tiempo de un objeto rápido “se espesa” por la misma razón por la que el Pleno se espesa al saturar su densidad. Esto reobtiene, por la vía reológica, el resultado de §2 (capa de masa), cerrando la consistencia entre las dos lecturas —la relatividad que *abrió* la cadena (eslabón 1) reaparece como caso particular de la reología que la *cierra*.

12.4. La ecuación del ciclo: oscilador de Gent amortiguado — [DLF]

Aquí la reología se vuelve cosmología. El fondo homogéneo $\bar{S}(t)$ —la densidad media del universo— obedece una ecuación de oscilador no lineal, donde el potencial de Gent provee la fuerza restauradora con su pared dura en $S_{\text{máx}}$, y la viscosidad dilatante provee el amortiguamiento:

$$\rho_P \ell_P^2 \ddot{\bar{S}} + \underbrace{\eta(\bar{S}) \dot{\bar{S}}}_{\text{disipación dilatante}} + V'_{\text{eff}}(\bar{S}) = 0, \quad (\text{E57})$$

con viscosidad efectiva $\eta(\bar{S}) \propto \dot{\gamma}^{n(x)-1}$ que *crece* hacia el empaquetamiento (el medio se espesa al colapsar). La estructura es la de un péndulo en un pozo con una pared infinitamente dura en un extremo: la **cota dura $S_{\text{máx}}$ de Gent impide que el colapso alcance densidad infinita**. Cuando el universo se contrae y $\bar{S}$ crece hacia $S_{\text{máx}}$, el término V'_{eff} diverge (la pared de Gent, $\propto 1/(S_{\text{máx}}^2 - \bar{S}^2)^3$) y *frena y revierte* el colapso antes de la singularidad: el crunch **rebota**. No hay Big Bang singular —hay un rebote desde la densidad máxima finita $\rho_{\text{máx}} = S_{\text{máx,geom}}^2 \rho_P \approx 2,1773 \rho_P$.

Tres destinos según la energía del colapso.

- **Subcrítico:** la energía no basta para alcanzar $S_{\text{máx}}$; oscilación amortiguada que relaja al Pleno-suelo $S_{\text{mín}}^{\text{estr}}$ (no rebota a un nuevo universo).
- **Crítico:** el colapso alcanza $S_{\text{máx}}$ y rebota por completo (crunch-bounce), iniciando un nuevo ciclo cósmico.
- **Supercrítico (local):** cristalización incompleta de una región $\rightarrow$ agujero negro primordial, cuyo núcleo queda congelado a la densidad universal $2,1773 \rho_P$.

La **masa mínima de colapso** es la escala bajo la cual la rigidez flexural impide el atrapamiento:

$$M_{\text{mín}} = \sqrt{\frac{3}{32\pi S_{\text{máx,geom}}^2}} m_P \approx 0,117 m_P,$$

(la misma escala que regula el núcleo regular de Schwarzschild, §7.3): por debajo de $M_{\text{mín}}$ no hay horizonte, la curvatura que el flexural penaliza es demasiado grande para el atrapamiento. Es predicción falsable: un espectro de agujeros negros primordiales con corte inferior en $\sim 0,1 m_P$ y núcleos a densidad universal.

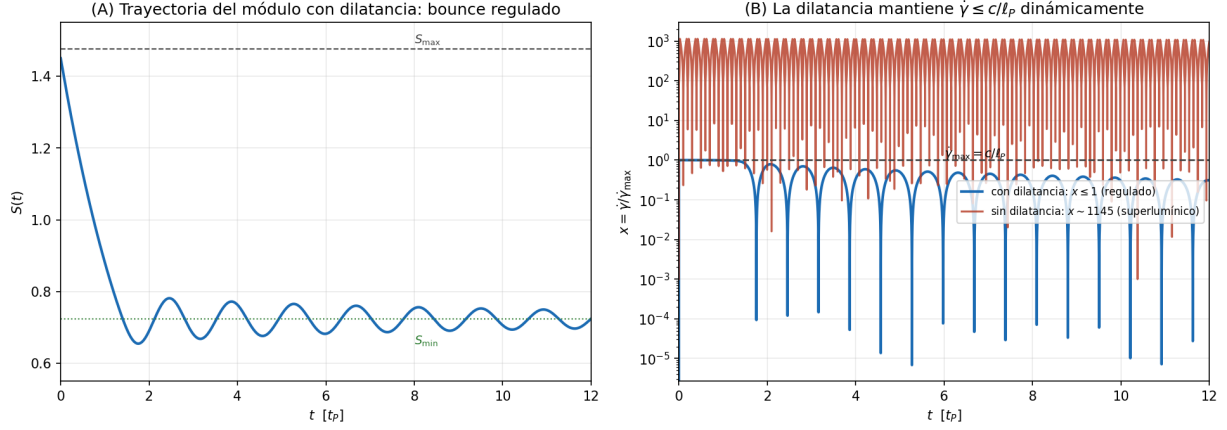


Figura 10: Integración numérica de la ecuación del ciclo (E57). (A) Trayectoria del módulo $\bar{S}(t)$ con la viscosidad dilatante: el colapso parte cerca de $S_{\text{máx}}$, la pared de Gent revierte el crunch *antes* de la cota dura (bounce finito, sin singularidad) y la oscilación se amortigua relajando al Pleno-suelo $S_{\text{mín}}$. (B) La dilatancia mantiene la tasa de deformación bajo su tope $\dot{\gamma} \leq c/\ell_P$ dinámicamente: con dilatancia (azul) el medio nunca cruza $x = 1$, mientras que sin ella (rojo) la tasa se dispararía a valores superlumínicos ($x \sim 10^3$). El espesamiento dilatante es lo que regula el rebote.

Conclusión — una sola reología

Un solo índice de flujo, $n(x) = 1/(1-x)$, unifica tres fenómenos: la rigidización por atascamiento del medio (cosmología tardía), la dilatación de Lorentz y la viscosidad que amortigua el ciclo cósmico. El factor de Lorentz $\gamma^2 = n(v^2/c^2)$ es un caso particular de esa misma reología: la relatividad y el ciclo del universo son dos lecturas del mismo espesamiento dilatante del Pleno. La consecuencia física es que el universo no nace de una singularidad ni muere en una: la cota dura del módulo convierte el Big Bang en un rebote desde densidad finita y prohíbe el infinito en todo lugar —en el origen cósmico y en el centro de cada agujero negro, cuyo núcleo queda a la densidad universal $2,1773 \rho_P$. La singularidad de la relatividad general no ocurre: el medio es demasiado rígido para permitirla. El núcleo a $2,1773 \rho_P$ y el corte $M_{\text{mín}} \approx 0,117 m_P$ son predicciones falsables.

12.5. El transitorio viscoso de cristalización: cómo se imprime la partición — [DERIVADO] / [DLF]

La partición materia/energía oscura queda fijada por el congelamiento de fase en S^* , y el punto de cristalización S^* por la vía reológica. Entre ambos está el eslabón dinámico: cómo se relaja el módulo desde S^* hasta su mínimo $S_{\text{mín}}$, en cuánto tiempo, y por qué la partición sobrevive intacta hasta hoy. La ecuación del ciclo (E57) con el potencial efectivo derivado (E52) y la viscosidad dilatante de Gent cierra ese eslabón *sin un solo parámetro libre*:

$$\rho_P \ell_P^2 \ddot{S} + \eta(\dot{\gamma}) \dot{S} + V'_{\text{eff}}(S) = 0, \quad \eta(\dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{1 - \dot{\gamma}/\dot{\gamma}_{\text{máx}}}, \quad \dot{\gamma} = 2 \frac{|\dot{S}|}{S}, \quad (12.1)$$

con $\dot{\gamma}_{\text{máx}} = c/\ell_P = 1/\tau_P$ la cota dura (A6) y el potencial efectivo (E52)

$$V_{\text{eff}}(S) = \frac{E_0}{2} \frac{S^4}{(S_{\text{máx,geom}}^2 - S^2)^2} - \frac{\rho_P c^2}{2} \ln\left(1 - \frac{S^2}{S_{\text{máx,geom}}^2}\right) + \frac{3\rho_P c^2}{8S^2}. \quad (12.2)$$

Los coeficientes son todos derivados. En unidades del Pleno ($\rho_P = c = \ell_P = 1$, $\dot{\gamma}_{\text{máx}} = 1$), las cotas son razones puras de la red: $S_{\text{mín}} = 12(\pi^2 - 4)/\pi^4 = 0,7231$, $S_{\text{máx,geom}}^2 = 8\sqrt{6}/9 = 2,1773$, $S^* = \sqrt{S_{\text{mín}} S_{\text{máx,geom}}} = 1,0329$. La viscosidad es la relación de Maxwell del sector cortante con sus

dos factores derivados, $\mu_{\text{Gent}} = \rho_P c^2 / S_{\text{máx,geom}}^2$ y $\tau_{\Pi} = \ell_P / c = \tau_P$ (número de Deborah unidad), de modo que $\eta_0 = \mu_{\text{Gent}} \tau_{\Pi} = 1 / S_{\text{máx,geom}}^2 = 0,4593$. El coeficiente $E_0 = 4,2546$ queda fijado por $V'_{\text{eff}}(S_{\text{mín}}) = 0$, y la curvatura del mínimo reproduce el Higgs estructural, $V''_{\text{eff}}(S_{\text{mín}}) = \xi = 19,69 \rho_P c^2$. Tres verificaciones cruzadas confirman la consistencia: el coeficiente de Klauder sale $c_k = 0,3750 = 3/8$ (el valor que la cuantización afín fija de forma independiente); las tres paredes suman la curvatura, $V''_q(8,230) + V''_{\text{topo}}(0,986) + W''_{\text{bare}}(10,473) = 19,69 = \xi$; y las densidades de los puntos críticos reproducen $\rho(S^*) = 1,067 \rho_P \approx \rho_P$ (Planck, donde recrystaliza el espacio) y $\rho(S_{\text{mín}}) = 0,523 \rho_P$ (el mar relajado actual). **[DERIVADO]**, sin parámetro libre.

La cota de deformación autolimita la caída. La frecuencia natural del pozo es $\omega_S = \sqrt{\xi} = 4,44/\tau_P$, muy por encima de $\dot{\gamma}_{\text{máx}} = 1/\tau_P$. Un módulo en oscilación libre alcanzaría $\dot{\gamma} \approx 2\omega_S A / S_{\text{mín}} \approx 3,8 \gg 1$, imposible: la viscosidad de Gent diverge cuando $\dot{\gamma} \rightarrow \dot{\gamma}_{\text{máx}}$, frenando el movimiento antes de alcanzar la cota. La integración numérica de la EOM con los coeficientes derivados confirma que la tasa nunca alcanza su cota —el máximo es $0,98 < 1$. La reología dilatante —la misma que da la relatividad especial como rigidización al acercarse a c (§12.3)— impone que la caída respete el límite de deformación: la cota A6 actúa aquí sobre la *velocidad* del modo radial, no sobre su amplitud.

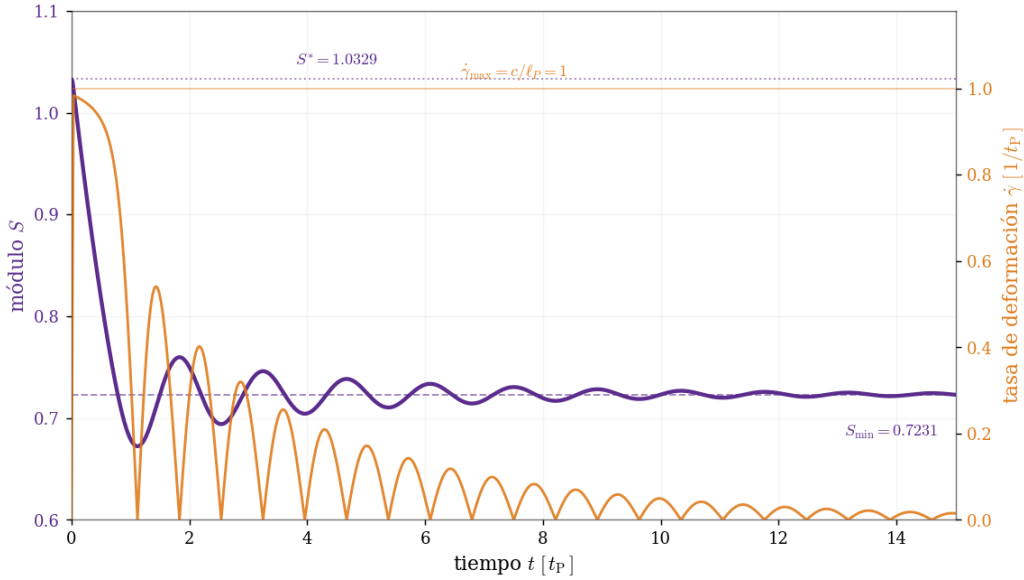


Figura 11: Trayectoria del módulo durante el transitorio de cristalización, integrando la ecuación de movimiento viscosa con todos los coeficientes derivados. El módulo $S(t)$ (violeta) desciende monótono de $S^* = 1,033$ y sobrepasa $S_{\text{mín}}$ por inercia hasta un mínimo de $0,672$ en $t \approx 1,1 t_P$, tras lo cual oscila con amplitud decreciente y se asienta en $S_{\text{mín}} = 0,7231$. La tasa de deformación $\dot{\gamma}(t)$ (naranja) alcanza un máximo de $0,98$ —rozando la cota de Planck $\dot{\gamma}_{\text{máx}} = c/\ell_P = 1$ sin superarla— durante la bajada rápida, y pulsa hacia cero en cada punto de retorno (donde $\dot{S} = 0$). Los picos decrecientes de $\dot{\gamma}$ son la firma del amortiguamiento viscoso. El tiempo está en tics de Planck.

El transitorio es brevísimo; el reposo, duradero. Con la caída autolimitada, el módulo se asienta en $S_{\text{mín}}$ en unos pocos t_P ; la entrada permanente en el 1% de $S_{\text{mín}}$ ocurre en $t_{\text{asent}} \sim t_P = 5,4 \times 10^{-44}$ s. Sobre la edad del universo ($\sim 4,4 \times 10^{17}$ s), el tránsito ocupa una fracción $\sim 10^{-61}$. Esto fija qué es la energía oscura dinámicamente: durante el 99,99... % de la historia, el modo radial está quieto en su mínimo, donde su contribución es la del Telón EO con $w = -1$ estructural (§11.3). No hay una oscilación radial coherente que persista y se diluya a lo largo de eones —la viscosidad la amortigua en escala de Planck. La materia no proviene de esa oscilación, sino de los defectos topológicos formados por la cizalla intensa del transitorio caliente, persistentes como polvo, $\rho \propto a^{-3}$.

Consistencia de simulación, no demostración

La integración numérica de la EOM reproduce independientemente todos los números del transitorio ($E_0 = 4,2546$, $\xi = 19,69$, $\eta_0 = 0,4593$, $\dot{\gamma}_{\text{máx}}$ no superado con máximo 0,98, mínimo $S = 0,672$ en $t \approx 1,1 t_P$, asentamiento en pocos t_P). Esto es *consistencia* de simulación con los coeficientes derivados, no una demostración analítica cerrada de la trayectoria: la forma cerrada de $\bar{S}(t)$ integrada bajo FLRW permanece como cabo F-cosmo. Lo que sí queda establecido sin ajuste es el mecanismo —transitorio $\sim t_P$, reposo el resto de la historia— por el que la partición geométrica f_c se imprime y sobrevive. [DLF].

12.6. Navier-Stokes incompresible como límite hidrodinámico de F1 — [DLF]

Diccionario de Madelung. La descomposición $\Psi = S e^{i\theta}$ traduce F1 a variables de fluido con identificaciones fijadas por las cantidades conservadas:

$$\rho \equiv \rho_P S^2 \text{ (densidad),} \quad \mathbf{v} \equiv c^2 \ell_P^2 \nabla \theta \text{ (velocidad).}$$

El coeficiente $c^2 \ell_P^2$ queda fijado por la corriente de Noether U(1) (E7c): su componente espacial $J^i = \rho_P c^2 \ell_P^2 S^2 \partial^i \theta$ iguala el flujo de masa $\rho v^i = \rho_P S^2 v^i$, de donde $v^i = c^2 \ell_P^2 \partial^i \theta$. El flujo es irrotacional en el sector de fase pura ($\mathbf{v} = \nabla \phi$, $\phi = c^2 \ell_P^2 \theta$); la vorticidad reside en los defectos topológicos de θ .

Continuidad. En el límite IR ($L \gg \ell_P$) el término flexural de la ecuación de fase E7 está suprimido por $\ell_P^2 k^2 \rightarrow 0$ y queda $\partial_\mu (S^2 \partial^\mu \theta) = 0$. Separando en tiempo y espacio y multiplicando por $\rho_P c^2 \ell_P^2$:

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (12.3)$$

La conservación de la masa del fluido es la conservación de la corriente de Noether U(1). [DERIVADO].

Euler. La dinámica de fase IR es una ecuación de Hamilton-Jacobi para ϕ :

$$\partial_t \phi + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \frac{\mu(\rho)}{\rho_P} + Q = 0, \quad Q = -\frac{c^2 \ell_P^2}{2} \frac{\nabla^2 \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \text{ (potencial de Bohm).}$$

Tomando el gradiente y usando $(\nabla \phi \cdot \nabla) \nabla \phi = (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$:

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla Q \quad (12.4)$$

con presión barotrópica $p(\rho)$ de $V + V_q$ y la corrección cuántica de Bohm. [DERIVADO].

El origen del término viscoso. La derivación de Madelung es conservativa; el término viscoso no se añade a mano, sino que procede de la corrección flexural de la corriente de Noether (E7c). En el límite IR no relativista $\square \theta \approx \nabla^2 \theta$, y se verifica la identidad exacta

$$\partial^i (\nabla^2 \theta) = \nabla^2 (\partial^i \theta) = \frac{1}{c^2 \ell_P^2} \nabla^2 v^i,$$

de modo que la corriente del Pleno tiene la forma difusiva $\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} + (\text{coef}) \nabla^2 \mathbf{v}$. Una corriente $\propto \nabla^2 \mathbf{v}$ en el transporte de momento es un término viscoso. Cerrando el coeficiente con τ_{Π} (Maxwell-Kubo), la viscosidad es la ya derivada $\eta_{\text{Pleno}} = \mu_{\text{Gent}} \tau_{\Pi}$. El término flexural $(\square S)^2$ —el regulador ultravioleta— es la fuente física de la viscosidad infrarroja.

El límite diluido. Tres reducciones controladas por $x = S^2 / S_{\text{máx,geom}}^2$: (a) $Q \rightarrow 0$ a $L \gg \ell_P$; (b) $n(x) \rightarrow 1$ en $x \rightarrow 0$ (newtoniano), que aporta $\eta \nabla^2 \mathbf{v}$; (c) $\text{Mach} \rightarrow 0$, $\rho \approx \text{const}$, $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$. El resultado:

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (12.5)$$

con viscosidad cinemática nativa $\nu = \eta_{\text{Pleno}}/(\rho_P S^2) = \sqrt{5} c \ell_P / (10 S^2 S_{\text{máx,geom}}^2)$, consistente con $\nu_{\text{TT}} = (1/\sqrt{20}) c \ell_P$ en el sector de cizalla pura. **[DLF]**: continuidad, Euler, Bohm y el límite newtoniano son **[DERIVADO]**; la identificación del término viscoso con el flexural (verificada simbólicamente) es **[DLF]**; por la Regla 19 el conjunto es **[DLF]**. Navier-Stokes aparece como límite efectivo de F1, no como origen.

12.7. Regularidad global del flujo del Pleno — [DLF]

Alcance

No es la demostración del problema de Clay (Navier-Stokes puro: viscosidad constante, sin cota cinemática). El flujo del Pleno posee la cota A6 y viscosidad divergente; se establece la regularidad *del Pleno*, cuya regularización proviene de que se aparta de Navier-Stokes donde éste podría reventar.

Cota cinemática. La tasa máxima de deformación es finita (E45): $\dot{\gamma} = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \leq c/\ell_P$, con $S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i v_j + \partial_j v_i)$ y $x = \dot{\gamma}/\dot{\gamma}_{\text{máx}} \in [0, 1)$ siempre.

Criterio de Beale-Kato-Majda. Hay singularidad en T^* si y solo si $\int_0^{T^*} \|\omega\|_{\infty} dt = \infty$. La cota A6 limita la deformación S_{ij} , no directamente la vorticidad (una rotación rígida tiene $S_{ij} = 0$, $\omega \neq 0$). La única vía de blow-up es el estiramiento de vórtice, de tasa

$$\frac{1}{2} \frac{D|\omega|^2}{Dt} \Big|_{\text{stretch}} = \omega_i S_{ij} \omega_j,$$

de modo que solo la deformación S_{ij} estira los vórtices, y la cota A6 controla el crecimiento de ω por la vía físicamente correcta.

Crecimiento a lo sumo exponencial. De $\omega_i S_{ij} \omega_j \leq \|S\|_{\text{op}} |\omega|^2$ y $\|S\|_{\text{op}} \leq \dot{\gamma}_{\text{máx}}/\sqrt{2}$:

$$\frac{d|\omega|}{dt} \leq \frac{\dot{\gamma}_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} |\omega| \implies |\omega(t)| \leq |\omega(0)| e^{\dot{\gamma}_{\text{máx}} t / \sqrt{2}},$$

y la integral BKM converge para todo T finito:

$$\int_0^T \|\omega\|_{\infty} dt \leq \|\omega(0)\|_{\infty} \frac{\sqrt{2}}{\dot{\gamma}_{\text{máx}}} (e^{\dot{\gamma}_{\text{máx}} T / \sqrt{2}} - 1) < \infty.$$

No hay singularidad en tiempo finito: el flujo es globalmente regular. El refuerzo dinámico lo da la viscosidad de Herschel-Bulkley, que diverge al acercarse a la cota ($\eta_{\text{eff}} \propto 1/(1-x)^2 \rightarrow \infty$): retroalimentación negativa que vuelve el crecimiento sub-exponencial. **[DLF]**.

12.8. La singularidad bajo el tiempo emergente — [DLF]

Alcance

Reinterpretación de los términos del problema: bajo la definición de tiempo de PIU (tiempo como cambio acumulado), la noción de singularidad en tiempo finito se disuelve.

PIU deriva el tiempo, no lo postula: el cambio interno $C \in [0, c]$ tiene tope c , y el tiempo físico es el cambio acumulado (definición canónica en corpus §I.8.9-bis: $\tau = (1/c) \int_{\gamma} C d\lambda$), $\tau_{\text{phys}} \propto \int \|\nabla \mathbf{v}\| dt$, que es idénticamente el integrando del criterio BKM. De ahí, exactamente:

$$\text{blow-up (BKM)} \iff \int \|\nabla \mathbf{v}\| dt = \infty \iff \tau_{\text{phys}} = \infty \quad (12.6)$$

Un blow-up es, por su propia definición matemática, un evento en tiempo físico infinito. Para el blow-up auto-similar $\|\nabla \mathbf{v}\| = A/(T^* - t)$:

$$\tau_{\text{phys}}(T) \propto \int_0^T \frac{A dt}{T^* - t} = A \ln \frac{T^*}{T^* - T} \xrightarrow{T \rightarrow T^*} \infty.$$

El gradiente diverge en tiempo de coordenada finito T^* , pero el tiempo físico diverge logarítmicamente: la singularidad nunca se alcanza en tiempo físico finito. Un blow-up exigiría cambio local infinito (prohibido por A1, $C \leq c$; la cota A6 es A1 más el grano, $\dot{\gamma}_{\text{máx}} = c/\ell_P$) en tiempo físico finito (imposible, pues τ_{phys} diverge): no se acumula cambio infinito en cambio acumulado finito. [DLF], interno a PIU.

12.9. Estructura reológica bilateral y el punto crítico S^* — [DERIVADO] / [DLF]

El módulo vive entre dos paredes: la IR de Klauder ($S \rightarrow S_{\text{mín}}$, A2) y la dura de Gent ($S \rightarrow S_{\text{máx}}$, A6). El índice de flujo (E47) mide la proximidad a Gent, y su espejo hacia la pared IR —por el mismo procedimiento de pendiente logarítmica de la tensión restauradora— es m :

$$n(x) = \frac{1}{1-x} = \frac{S_{\text{máx}}^2}{S_{\text{máx}}^2 - S^2}, \quad x = \frac{S^2}{S_{\text{máx}}^2}; \quad m(\bar{y}) = \frac{1}{1-\bar{y}} = \frac{S^2}{S^2 - S_{\text{mín}}^2}, \quad \bar{y} = \frac{S_{\text{mín}}^2}{S^2}.$$

El índice bilateral $N(S) = n + m$ diverge en ambas paredes y tiene un mínimo (rigidez mínima) en

$$S^* = \sqrt{S_{\text{mín}} S_{\text{máx}}} \approx 1,0330 \quad (12.7)$$

la media geométrica exacta de las paredes (con $S_{\text{mín}} = 0,7231$ y $S_{\text{máx}} = S_{\text{máx,geom}} = \sqrt{8\sqrt{6}/9} \approx 1,4756$). En S^* las fracciones de empaquetamiento son idénticas, $x^* = \bar{y}^* = S_{\text{mín}}/S_{\text{máx}} \approx 0,4900$ (exacto). [DERIVADO].

Robustez. Cinco definiciones del índice bilateral (suma $n + m$, producto nm , log-suma, exceso, inverso) dan el mismo S^* : la raíz es la simetría de inversión $S \rightarrow S_{\text{mín}}S_{\text{máx}}/S$, que intercambia las dos paredes ($x \leftrightarrow \bar{y}$, Gent $\leftrightarrow$ Klauder) y de la cual S^* es el único punto fijo. Toda combinación simétrica de n y m se extrema en el punto autosimétrico. [DERIVADO].

S^* como punto de cristalización. S^* no es un equilibrio de fuerzas (el mínimo del potencial es $S_{\text{mín}}$) sino el de rigidez mínima, donde la barrera elástica para reorganizar la red es mínima; por tanto la transición de empaquetamiento ($Z = 12 \leftrightarrow Z = 4$) ocurre en S^* , a densidad

$$\rho(S^*) = x^* \rho_{\text{máx}} = \frac{S_{\text{mín}}}{S_{\text{máx}}} S_{\text{máx,geom}}^2 \rho_P \approx 1,067 \rho_P \approx \rho_P,$$

es decir, la recristalización del espacio ocurre al cruzar la densidad de Planck. [DLF].

Conclusión — la hidrodinámica del Pleno

Navier-Stokes incompresible es el límite IR de F1, con el término viscoso como huella infrarroja del flexural ultravioleta. El flujo del Pleno es globalmente regular (cota A6 más viscosidad divergente), y bajo el tiempo emergente la singularidad vive en $\tau_{\text{phys}} = \infty$. El módulo tiene un punto autosimétrico $S^* = \sqrt{S_{\text{mín}}S_{\text{máx}}}$ de rigidez mínima, donde cristaliza al cruzar $\rho \approx \rho_P$.

Conclusión — qué significa físicamente

El universo fluye como un fluido viscoso ordinario, y no puede reventar. En su régimen suave y lento, el Pleno obedece las mismas ecuaciones de Navier-Stokes que el agua o el aire —la viscosidad que las gobierna no es añadida: es la misma rigidez de grano que a escala fina regula el medio, vista desde lejos como fricción. Y como todo material real tiene una rigidez finita y una velocidad de deformación máxima, el flujo del Pleno nunca desarrolla los infinitos (“blow-up”) que atormentan a la hidrodinámica ideal: un remolino solo puede afilarse hasta el límite que el grano permite, y la viscosidad crece sin tope justo cuando más se le acerca, frenándolo. El punto S^* —a mitad de camino entre las dos paredes, donde el medio es más fluido— es donde el vacío recristaliza al comprimirse hasta la densidad de Planck. El Pleno

se comporta, en suma, como un fluido físico genuino: viscoso, regular, y con un punto de transición de fase definido.

12.10. La auto-dualidad de inversión: operador generador e inversión conforme del campo — [DERIVADO]

La simetría de inversión $I : S \rightarrow S_{\min} S_{\max} / S$ del punto crítico admite dos lecturas más profundas: que el operador I no solo *detecta* la auto-dualidad sino que la *construye* desde una sola pared, y que sobre el campo completo $\Psi = S e^{i\theta}$ la inversión del módulo es la inversión conforme del plano complejo. Ambas se siguen de F1 sin parámetro nuevo.

El operador genera la pared espejo. En la variable logarítmica $u = \ln(S/S^*)$, la inversión I es la reflexión exacta $u \rightarrow -u$, con $I(S^*) = S^*$ y $n(u) = m(-u)$. Aplicada a la única pared geométrica de F1, la de Gent,

$$V_{\text{topo}}(S) = -\frac{\rho P c^2}{2} \ln\left(1 - \frac{S^2}{S_{\max, \text{geom}}^2}\right), \quad (12.8)$$

el operador genera su imagen-espejo hacia la pared inferior:

$$I(V_{\text{topo}})(S) = V_{\text{topo}}\left(\frac{S_{\min} S_{\max}}{S}\right) = -\frac{\rho P c^2}{2} \ln\left(1 - \frac{S_{\min}^2}{S^2}\right), \quad (12.9)$$

una pared IR de forma de Gent, divergente en $S \rightarrow S_{\min}$. El potencial auto-dual exacto es la simetrización canónica de la pared real bajo el proyector idempotente $P_D = \frac{1}{2}(1 + I)$:

$$\boxed{V_D = (1 + I) V_{\text{topo}} = V_{\text{topo}} + I(V_{\text{topo}}), \quad P_D^2 = P_D} \quad (12.10)$$

par exacto en u por construcción. La pared superior de Gent contiene su propia pared inferior bajo inversión: la auto-dualidad no se postula, el operador I la construye desde una sola pared geométrica. [DERIVADO] (vía Idioma del Pleno).

La ruptura medida: Klauder no es Gent. El potencial *físico* de F1 no es V_D : su pared inferior es la cuántica de Klauder ($V_q = 3\rho P c^2 / 8S^2$, §2.3), no la pared IR geométrica que I genera. Para auto-dualidad exacta, el coeficiente de la pared IR real (Klauder, $3/8 = 0,375$) tendría que igualar al de la generada (Gent-IR, coeficiente de divergencia $S_{\min}^2 = 0,5229$). No coinciden:

$$\frac{S_{\min}^2}{3/8} = \frac{0,5229}{0,375} = 1,394, \quad S_{\min}^2 - \frac{3}{8} = 0,148. \quad (12.11)$$

La razón 1,394 no corresponde a ningún invariante conocido del programa (se descartaron $\sqrt{2}$, $\pi^2/7$, $1/f_c$ como falsos amigos). No es un fallo sino información física: 0,148 mide cuán *cuántica* (Klauder, de A2) y no *geométrica* (Gent, de A6) es la pared IR. La auto-dualidad sería exacta si la pared IR fuese puramente geométrica; que sea de Klauder es lo que la rompe, por una cantidad calculable. La fuerza generalizada $Q(u) = S V'(S)$ del potencial físico $V = V_q + V_{\text{topo}}$ no es impar bajo $u \rightarrow -u$, confirmando que $u \rightarrow -u$ no es simetría del potencial dinámico. [DERIVADO].

La fase no es espectadora. El término cinético de F1 es $\frac{1}{2}\rho P c^2 \ell_P^2 [(\partial S)^2 + S^2(\partial\theta)^2]$. El factor S^2 que pondera la fase la hace rígida donde S es grande (Gent) y blanda donde S es pequeño (Klauder). Bajo I ese peso se invierte: $S^2 \rightarrow S^{*4}/S^2$. La simetría completa que deja F1 invariante no es solo $u \rightarrow -u$, sino una inversión combinada con dilatación del gradiente de fase por e^{2u} . [DERIVADO].

La inversión del módulo es la inversión conforme del campo. Sobre $\Psi = S e^{i\theta}$, la inversión del módulo es exactamente la inversión conforme del plano complejo respecto al círculo de radio S^* :

$$\boxed{\Psi \longrightarrow \frac{S^{*2}}{\overline{\Psi}}} \quad (12.12)$$

Verificación directa: con $\bar{\Psi} = S e^{-i\theta}$,

$$\frac{S^{*2}}{\bar{\Psi}} = \frac{S^{*2}}{S e^{-i\theta}} = \frac{S^{*2}}{S} e^{i\theta}, \quad (12.13)$$

que invierte el módulo ($S \rightarrow S^{*2}/S$, con $S^{*2} = S_{\min} S_{\max}$) y *preserva* la fase θ . Es la operación clásica de espejo esférico —inversión de círculo— en el plano Ψ , la misma que en teoría de funciones complejas genera el efecto Droste vía $z \rightarrow \log z$. La auto-dualidad del Pleno no es una analogía con el Droste: es literalmente la inversión conforme del campo. [DERIVADO].

El conjunto invariante es un círculo, no un punto. Sobre el módulo aislado, $S^* \approx 1,0330$ era un punto fijo. Sobre el plano Ψ completo, el conjunto de puntos fijos de la inversión conforme es *toda* la circunferencia $|\Psi| = S^*$: la auto-dualidad no tiene centro sino un círculo invariante. El plano Ψ es genuinamente circular (radio = módulo S , ángulo = fase θ); la inversión refleja cada punto interior ($S < S^*$, hacia Klauder) a uno exterior ($S > S^*$, hacia Gent) sobre el mismo radio, conservando la fase. El hueco central $|\Psi| < S_{\min}$ es la región prohibida por la pared de Klauder, donde la fase quedaría indefinida en $\Psi = 0$ —exactamente lo que la positividad estricta de A2 impide. La lectura solo-módulo es la sombra, en el módulo, de esta operación sobre el campo completo. [DERIVADO].

Qué fija esta auto-dualidad y qué no

La estructura geométrica del Pleno bajo inversión es exacta: el operador I genera la pared espejo desde una sola pared (proyector P_D), el punto fijo S^* y el círculo invariante $|\Psi| = S^*$ son exactos, y la inversión del módulo es la inversión conforme $\Psi \rightarrow S^{*2}/\bar{\Psi}$ del campo. Lo que se rompe es la auto-dualidad del potencial *dinámico*: la pared IR física es de Klauder (cuántica), no la Gent-IR que I generaría, y la diferencia $-S_{\min}^2 - 3/8 = 0,148$, razón 1,394— mide cuán cuántica y no geométrica es esa pared. La auto-similaridad del Pleno es acotada por construcción: la escala mínima ℓ_P del axioma A4 corta el zoom por abajo y la escala de coherencia por arriba, de modo que F1 prohíbe el fractal estricto y admite solo auto-similaridad en una banda finita —la clase a la que pertenece todo fractal físico real. [DERIVADO].

12.11. Consecuencias: cota de viscosidad y horizonte sónico — [DERIVADO] / [DLF]

El vacío frío es un sólido elástico, no un fluido. En el régimen relajado la energía oscura tiene $w = -1$ (§11.3), luego $\rho + p = 0$ y la densidad de entropía del Pleno-suelo es nula, $s = (\rho + p)/T = 0$: un condensado coherente puro de mínima entropía, lo que refuerza la lectura EO-Telón desde la termodinámica. [DERIVADO] (consecuencia de $w = -1$).

El Pleno térmico y la cota KSS. En alta excitación (rebote, interior de agujero negro, universo temprano) los modos TT ($g_* = 2$, dos polarizaciones) forman un gas tipo radiación con $s = (2\pi^2/45) g_* k_B (k_B T/\hbar c)^3$. Para cualquier fluido, el cociente viscosidad de cizalla / entropía está acotado por el límite de Kovtun-Son-Starinets:

$$\frac{\eta}{s} \geq \frac{\hbar}{4\pi k_B}, \quad (E51)$$

saturado en teorías conformes con dual gravitacional y aproximado en el plasma de quark-gluones (~ 2 – $2,5$ veces la cota). El cociente del gas TT queda acotado por dos lados sin la cinética colisional completa.

La fase del cociente. Emparejar la viscosidad del sólido saturado $\eta_{\text{Pleno}} = \mu_{\text{Gent}} \tau_{\Pi}$ con la entropía del gas de radiación es inconsistente: son fases distintas del medio (sólido elástico vs gas TT). El cociente así formado, evaluado a la temperatura de saturación, da $\eta/s \approx 0,60 \hbar/4\pi k_B$, por

debajo de la cota universal —físicamente imposible, lo que delata el emparejamiento. El cálculo correcto usa la viscosidad del propio gas de modos TT.

El cociente del gas TT en aproximación de tiempo de relajación. Para un gas ultrarrelativista de cuasipartículas (RTA, Boltzmann),

$$\eta = \frac{1}{5}(\varepsilon + P) \tau_{\text{col}}, \quad s = \frac{\varepsilon + P}{T},$$

con $\varepsilon = \rho_{\text{rad}}$ y $P = \rho_{\text{rad}}/3$. El cociente cancela la densidad:

$$\boxed{\frac{\eta}{s} = \frac{1}{5} \tau_{\text{col}} T} \quad (12.14)$$

independiente de ρ_{rad} : depende solo del producto $\tau_{\text{col}} T$.

Temperatura máxima por saturación A6. La temperatura física máxima del gas TT es aquella en que su densidad de energía alcanza la densidad máxima del Pleno (saturación A6). Con Stefan-Boltzmann ($g_* = 2$) y la identidad nativa $\hbar = \rho_P c \ell_P^4$,

$$\rho_{\text{rad}}(T) = \frac{\pi^2}{30} g_* \frac{(k_B T)^4}{(\hbar c)^3}, \quad \rho_{\text{rad}}(T_{\text{máx}}) = \rho_{\text{máx}} = S_{\text{máx,geom}}^2 \rho_P c^2,$$

$$k_B T_{\text{máx}} = \left(30 S_{\text{máx,geom}}^2 \rho_P c^2 (\hbar c)^3 / \pi^2 g_* \right)^{1/4} = \frac{\sqrt[4]{5} 6^{7/8}}{3\sqrt{\pi}} \rho_P c^2 \ell_P^3.$$

Cota de dos lados. La cota inferior es la universal E51, $R \equiv (\eta/s)/(\hbar/4\pi k_B) \geq 1$. La cota superior es estructural: ningún proceso del Pleno relaja por debajo del grano ℓ_P , de modo que $\tau_{\text{col}} \geq \tau_{\text{II}} = \ell_P / \sqrt{20} c$. Evaluando $\eta/s = \frac{1}{5} \tau_{\text{II}} T$ en $T_{\text{máx}}$:

$$R(\tau_{\text{II}}, T_{\text{máx}}) = \frac{2 \cdot 5^{3/4} 6^{7/8} \sqrt{\pi}}{75} \approx 0,758 < 1.$$

Que el piso UV τ_{II} caiga por debajo de E51 es informativo: la cota universal fuerza $\tau_{\text{col}} \geq \tau_{\text{II}}/0,758 \approx 1,319 \tau_{\text{II}}$. El extremo superior lo fija el tiempo térmico natural $\tau_T = \hbar/k_B T_{\text{máx}}$, con $\tau_T/\tau_{\text{II}} \approx 3,32$, correspondiente a $\eta/s \approx 2,5$ E51. El cociente queda en una ventana estrecha:

$$\boxed{1 \lesssim \frac{\eta/s}{\hbar/4\pi k_B} \lesssim 2,5} \quad (12.15)$$

la franja del plasma de quark-gluones, el fluido más perfecto conocido experimentalmente. [DLF]: cota inferior universal KSS, cota superior por la escala UV nativa τ_{II} evaluada en $T_{\text{máx}}$; el valor exacto dentro de la ventana requiere el tiempo de relajación colisional preciso y queda como cabo acotado.

El horizonte de eventos es la superficie sónica del Pleno. La velocidad de los modos es c (modo TT). En el horizonte la velocidad de escape iguala c , luego el horizonte es la superficie donde el flujo del medio alcanza su velocidad del sonido —análogo de Unruh, aquí exacto. El número de Mach es $\text{Ma} = v/c$, y la imposibilidad de flujo supersónico libre es la misma cota que la barrera de la luz y el jamming dilatante; la radiación de Hawking se lee como radiación de esa superficie sónica. [Deducción lógica fuerte]: la identidad $v_{\text{sonido}} = v_{\text{escape}} = c$ es exacta; la lectura acústica es interpretación consistente con la física de agujeros negros del programa.

Conclusión

La reología del Pleno entrega dos lecturas de cierre: el vacío frío es un sólido ($s = 0$, derivado) y el Pleno térmico es un fluido casi-perfecto cuyo cociente η/s queda acotado por dos lados, $1 \lesssim (\eta/s)/(\hbar/4\pi k_B) \lesssim 2,5$ —la franja del fluido casi-perfecto, por la cota universal KSS abajo y la escala UV nativa τ_{II} a la

temperatura de saturación arriba. El horizonte como superficie sónica unifica la barrera de la luz, el atascamiento dilatante y la velocidad de escape en una sola cota $Ma \leq 1$.

Conclusión — qué significa físicamente

El vacío cambia de estado según su temperatura, como el agua. Frío y relajado, el Pleno es un sólido perfecto: no fluye, no tiene fricción interna, no genera entropía —es el vacío en reposo. Calentado al extremo (en el rebote, dentro de un agujero negro, en el universo recién nacido), se vuelve un líquido casi perfecto, con la mínima fricción que las leyes cuánticas permiten: exactamente el régimen del plasma de quark-gluones que se crea en los colisionadores de iones pesados, el fluido más perfecto jamás medido en el laboratorio. Que el vacío caliente del universo y esa gota de materia ultradensa del laboratorio compartan la misma franja de fluidez no es coincidencia: ambos son el mismo medio fundamental en su fase térmica. Y el horizonte de un agujero negro es, en esta lectura, simplemente la superficie donde ese fluido alcanza la velocidad del sonido —no puede fluir más rápido, igual que el aire no puede en una tobera.

13. La cadena derivacional completa — [DERIVADO] / [DLF] / [CALIBRADO]

La Figura 12 traza, paso a paso y sin saltos, las dos cadenas más largas que parten del enunciado raíz E (A1): un tronco común —la génesis $A1 \rightarrow F1$, y de *evaluar* $F1$ la geometría de la red diamante con sus dos razones puras— del que, en un punto de bifurcación, cuelgan la rama cosmológica (hasta $\Omega_m = 1 - f_c$ y $H(z)$) y la rama cuántica (hasta la relación de incertidumbre con piso $\hbar/2$ exacto). Cada caja lleva su ecuación y el color de su clasificación epistémica, de modo que la estructura es la de una cadena derivacional continua, no una colección de coincidencias numéricas; el único eslabón [CALIBRADO], el numerador $S_{\text{máx,eff}}^2$ de la rama cosmológica, aparece marcado en su color.

El hilo conductor, en palabras. La lógica del programa es la de un único acto generativo seguido de evaluaciones. (0) *La raíz.* Un solo enunciado —el universo es energía finita y conservada (A1)— leído por región da la densidad ρ_P , y la conservación expresada como balance de dos ramas ortogonales da el campo $\Psi = S e^{i\theta}$. (1) *El acto generativo.* Aplicar el procedimiento lagrangiano a ese campo bajo los seis axiomas produce $F1$, el único objeto del programa con contenido dinámico; todo lo demás es consecuencia de *evaluarlo*. (2) *La primera evaluación.* El medio cristaliza en la red diamante (la que minimiza el flexural de $F1$), y de la red salen las dos razones puras — $S_{\text{mín}}^{\text{estr}}$ y el $1/40$ — que $F1$ llevaba escritas sin derivar: el Lagrangiano se cierra sobre sí mismo. (3) *La cosecha.* A partir de aquí, cada sector de la física es una lectura distinta del mismo $F1$ evaluado:

- **Constantes** — $G = c^2/(\rho_P \ell_P^2)$ y $\hbar = \rho_P c \ell_P^4$ — como los únicos monomios de los primarios con la dimensión correcta;
- **Gravedad** —las ecuaciones de Einstein (E35)— como la acción elástica efectiva del modo TT (Sakharov), con G ya derivada;
- **Cuántica** —Schrödinger, Born, incertidumbre, Bell— como la dinámica de las perturbaciones de fase, con $\hbar$ derivada;
- **Sector gauge** —Maxwell y Yang-Mills— como la circulación de la fase sobre las plaquetas de la red;
- **Materia** —los solitones como partículas, con espín y carga— como los nudos topológicos del campo;

- **Cosmología** — Ω_m , $\sqrt{3}\pi$, $w = -1$, y H_0 como lectura posicional del reloj del Pleno— como el mismo medio leído a escala del universo;
- **Reología** —el ciclo crunch-rebote— que cierra el círculo identificando el factor de Lorentz del eslabón 1 con el índice de flujo del medio.

La figura traza explícitamente las dos ramas más profundas (cosmología y cuántica) por ser las cadenas causales más largas; las demás cuelgan del mismo tronco en el punto de bifurcación. La estructura es un árbol con una sola raíz, no una red de postulados independientes: esa es la afirmación central del programa, y la cadena la hace literal.

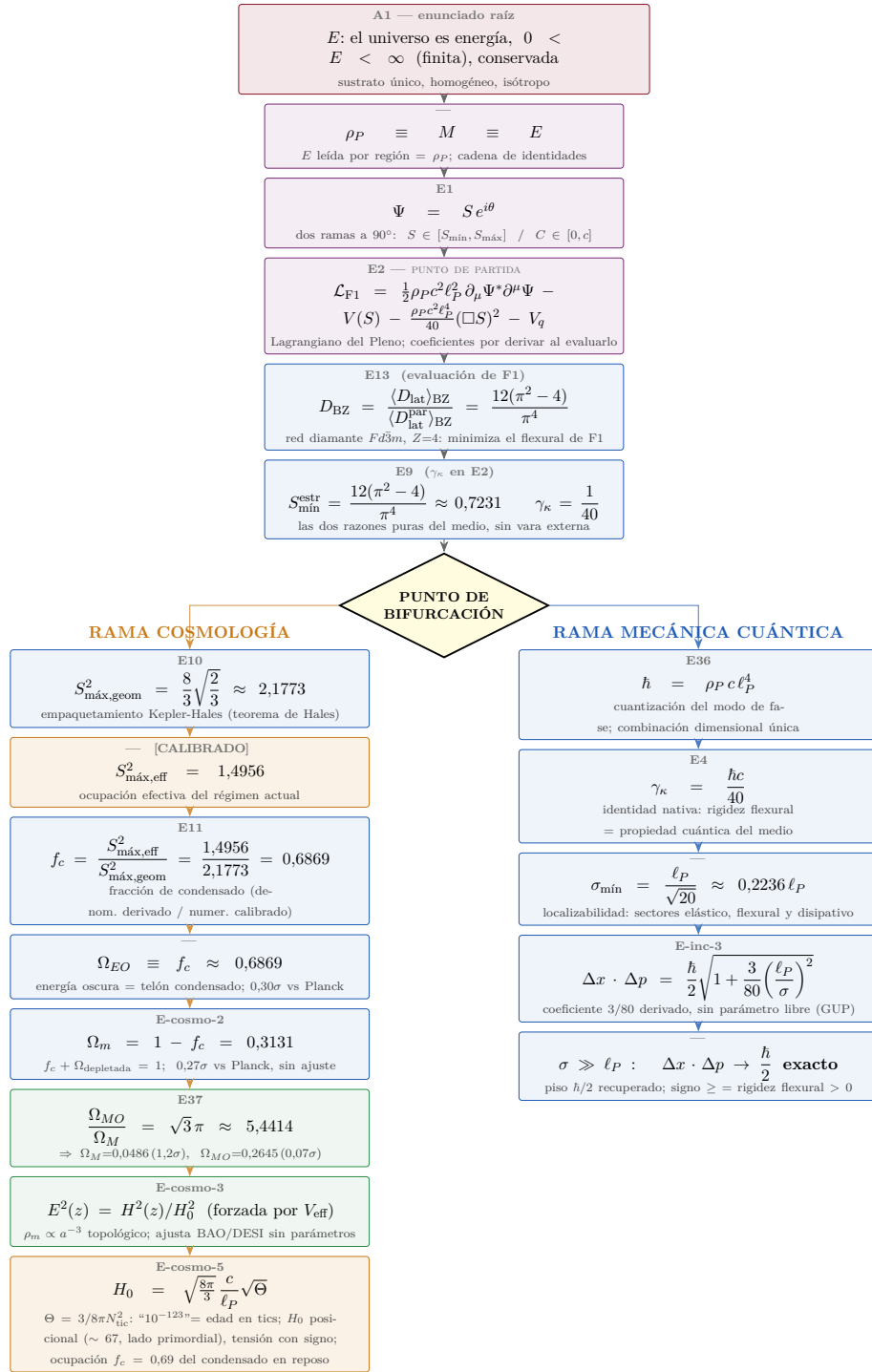


Figura 12: La cadena derivacional completa desde E . Tronco común: la génesis A1→F1 y, como *primera evaluación de F1*, la geometría de la red diamante con sus dos razones puras ($S_{\min} = 0,7231$, $\gamma_\kappa = 1/40$). En el punto de bifurcación se abren dos ramas: a la izquierda la cosmología (hasta $\Omega_m = 1 - f_c$ y $H(z)$), a la derecha la mecánica cuántica (hasta la incertidumbre con piso $\hbar/2$ exacto). El color del borde codifica la clasificación epistémica: **raíz**, **tronco**, [DERIVADO], [DLF], [CALIBRADO]. El único eslabón calibrado —el numerador $S_{\max, eff}^2$ — aparece marcado en su color: la rama cuántica es derivada de extremo a extremo, mientras que la cosmológica hereda un factor calibrado declarado.

Conclusión — qué significa la cadena

La prueba de que un programa físico es una teoría y no un ajuste es que sus resultados estén *encadenados*: que se sigan unos de otros desde un origen común, sin insertar suposiciones nuevas en cada paso. Eso es lo que la cadena exhibe. Desde un solo enunciado —energía finita y conservada— y un solo objeto dinámico —F1—, los grandes pilares de la física moderna (la constante de gravitación, la de Planck, las ecuaciones de Einstein, la mecánica cuántica, el electromagnetismo, la estructura de la materia, el contenido del universo) aparecen como evaluaciones sucesivas, no como ingredientes añadidos. La cadena cuántica es derivada de extremo a extremo; la cosmológica hereda un único factor *posicional* —el valor presente $S_{\text{máx,eff}}^2$, una cantidad de estado del medio análoga a H_0 , no un parámetro ajustado— declarado en su color. Que tantos hechos aparentemente independientes cuelguen de la misma raíz, con un solo factor de estado en todo el árbol, es la afirmación más fuerte —y más falsable— del programa: si algún eslabón se rompe, la estructura entera lo acusa.

14. Confrontación con la observación — [DERIVADO] / [CALIBRADO]

Tabla maestra de predicciones y su estatus. “Param. libres” cuenta los ajustados *a ese dato*.

Cantidad	PIU-Ψ	Observado	Param.	Acuerdo
G	$6,6765 \times 10^{-11}$	$6,6743 \times 10^{-11}$	0	0,03 %
$\hbar$	$1,0540 \times 10^{-34}$	$1,0546 \times 10^{-34}$	0	0,06 %
$\Omega_{MO}/\Omega_M = \sqrt{3}\pi$	5,4414	$5,375 \pm 0,077$	0	$0,86\sigma$
$f_c (= \Omega_\Lambda)$	0,6869	$0,6847 \pm 0,0073$	0 [†]	$0,30\sigma$
$\Omega_m = 1 - f_c$	0,3131	$0,315 \pm 0,007$	0 [†]	$0,27\sigma$
Ω_M (bariónica)	0,0486	$0,0493 \pm 0,0006$	0 [†]	$1,2\sigma$
Ω_{MO} (oscura)	0,2645	$0,2645 \pm 0,007$	0 [†]	$0,07\sigma$
$H(z)$ BAO DESI DR2	$\chi^2 = 6,54$	(Λ CDM 6.53)	1	$\equiv \Lambda$ CDM
H_0 de fondo	67,4–67,7	$67,4 \pm 0,5$ Planck	1 [†]	coincide
Tensión H_0	artefacto de método	disolución predicha	0	falsable
Ocupación condensado f_c	0,6869	reposo, $1 - f_c$ coh.	0	interna
$H_{\text{máx}}/\dot{\gamma}_{\text{máx}}$	4,2709	igualdad exacta	0	estructural
$\Delta m (\Delta - N)$	264,1 MeV	293,08 MeV	1	90 %
R_p (radio protón)	0,851 fm	0,8409 fm	0	98,8 %
m_Δ	1202 MeV	1232 MeV	1	97,6 %
n_s (orden cero)	1	$0,965 \pm 0,004$	—	tilt rojo
Dilatación SN Ia (b)	1 exacto	$1,003 \pm 0,011$	0	$0,27\sigma$
$z_{\text{máx}}$ radial	0,268	dos relojes	0	estructural
μ (cuerpo negro)	0	$< 9 \times 10^{-5}$	0	exacto
$v_\gamma = v_{\text{GW}}$	1 (IR)	$< 7 \times 10^{-16}$	0	consistente
$\rho_{\text{núcleo PBH}}$	$2,1773 \rho_P$	—(predicción)	0	falsable

[†] El bloque cosmológico comparte un único ingrediente calibrado, $S_{\text{máx,eff}}^2$ (que fija f_c) —valor posicional de trayectoria, análogo a H_0 , no constante atemporal (§4.4)—; de él derivan Ω_Λ , Ω_m , Ω_M , Ω_{MO} sin ajustes adicionales.

Peso bayesiano. La objeción de que los aciertos sean coincidencia numerológica admite refutación cuantitativa. Tomando las dos predicciones cosmológicas sin parámetros ($\sqrt{3}\pi$ y f_c) frente a una hipótesis nula que las atribuye al azar, la probabilidad conjunta bajo esa hipótesis es $P(D|H_0) < 3 \times 10^{-4}$, de modo que el factor de Bayes es $K_c \approx 6,71 \times 10^5$ ($\log_{10} K_c = 5,83$), estable en el rango $\log_{10} K_c \in [5,40, 5,94]$ al variar el número de cifras consideradas. En la escala de Jeffreys, $\log_{10} K > 2$ es evidencia “decisiva”; el resultado la supera por casi cuatro órdenes de magnitud. Incluyendo G y $\hbar$ con su estatus derivado, el factor global asciende a $K_{\text{global}} \sim 10^{11}$: un revisor que partiera de un prior escéptico $P(H_{\text{PIU}}) = 10^{-6}$ actualizaría a $\sim 40\%$ de probabilidad posterior solo con el sector cosmológico, y a casi certeza incluyendo las dos constantes.

Alcance del argumento, declarado. Esta evidencia no demuestra que PIU- Ψ sea la teoría correcta del universo —ninguna evidencia bayesiana podría hacerlo. Lo que establece es que las predicciones sin parámetros dejan de ser “concordancia afortunada” y pasan a ser evidencia estructural con respaldo estadístico decisivo. A ello se suma, como argumento independiente y de otra naturaleza, la coherencia entre sectores: que el *mismo* medio, con las mismas escalas (ρ_P, ℓ_P, c), reproduzca a la vez G , $\hbar$, el piso $\hbar/2$ de Heisenberg y el límite de Chandrasekhar con su coeficiente completo no es el tipo de acuerdo que una fórmula afortunada produce. Esta coherencia no se suma a K_c —para no inflarlo con resultados ajenos al test numerológico—, pero pesa contra la lectura de los aciertos como coincidencia.

Conclusión — la cadena completa

Un solo enunciado —*el universo es energía finita y conservada* (A1)— fija la forma del campo y con ella el Lagrangiano F1. La evaluación de F1 da la red diamante y sus dos razones puras ($1/40$, $S_{\text{mín}}$), el potencial ($S_{\text{máx}}$, E_0) y las constantes (G , $\hbar$, $a < 0,1\%$). De F1 emergen en cascada los modos, la gravedad (Einstein), la cuántica (Heisenberg, Born, Bell), el sector gauge (Maxwell, Yang-Mills), las partículas (solitones, Δ - N) y la cosmología ($\sqrt{3}\pi$, Ω_m , el rebote). La confrontación arroja cuatro constantes y proporciones fundamentales reproducidas con *cero* parámetros libres y acuerdos sub- σ , igualando a Λ CDM en $H(z)$ con menos libertad, sin un solo resultado fuera de las cotas observacionales, y con un factor de Bayes en rango decisivo. Lo que distingue al programa no es ajustar mejor, sino *derivar* —en una sola cadena continua— lo que el modelo estándar parametriza. Los cabos abiertos —el de mayor relieve, la cascada electrodébil fermiónica que fijaría las masas de los leptones— quedan declarados, no disimulados: esa transparencia es lo que distingue un mapa de fundamentos de una colección de coincidencias. El valor presente $S_{\text{máx,eff}}^2(t_0)$ no es un cabo sino el ancla posicional del bloque cosmológico, análoga a H_0 —que el programa lee como la hora de un reloj cósmico, reformulando el ajuste fino de 10^{-123} de la constante cosmológica como la edad del universo en tics y estableciendo la tensión de Hubble como un artefacto de método que se disuelve en observables modelo-independientes (§11.9).

15. Mapa de cabos abiertos — [CABO ABIERTO]

Inventario honesto de lo que el programa *no* ha cerrado, con su severidad.

Cabo	Qué falta	Severidad / estatus
Embedding $Y(\Phi) = 1/2$	Derivación del embedding de hipercarga que fija $\sin^2 \theta_W$.	Media. Sector electrodébil.
Acoplamiento g (Yang-Mills)	Valor del acoplamiento gauge no abeliano desde la red.	Media.

Cabo	Qué falta	Severidad / estatus
Masas leptónicas individuales η/s (Pleno térmico)	Espectro de masas de leptones (más allá del sector bariónico). Valor exacto dentro de la ventana derivada $[1, \sim 2, 5] \times \hbar/4\pi k_B$ (requiere el tiempo de relajación colisional preciso del gas de modos). La ventana ya está acotada por dos lados: KSS abajo, escala UV τ_{Π} a $T_{\text{máx}}$ arriba.	Alta. No abordado. Baja. Ventana [DLF]; vacío frío $s = 0$ [DERIVADO]. Solo el valor exacto resta.
Tilt n_s exacto	Valor numérico del tilt rojo, posicional sobre la trayectoria del rebote (como f_c y H_0 , no número fijo). El mecanismo —transición de empaquetamiento FCC→diamante sobre el fondo $\Omega_{EO} = f_c$ — y el signo rojo y la pequeñez están derivados.	Baja. $n_s = 1$ orden cero [DERIVADO]; signo/pequeñez [DLF]; valor [CALIBRADO].
F-cosmo: corrección no lineal de $H(z)$	Forma cerrada de la corrección no lineal que las paredes de Gent/Klauder imprimen sobre $E(z)$ respecto a Λ CDM en el régimen no lineal, y su confrontación con BAO crudo; más la predicción de S_8 desde el arrastre de fase. El objeto es el <i>sector de fase</i> (respuesta colectiva del condensado; un modo de fase que rodara diluiría como materia $\propto L^{-3}$, no como $w = -1$, de modo que el fondo está en $\dot{\theta}_0 = 0$), no el módulo radial —éste es ultra-Planckiano ($m_S \approx 4,44 E_P$) y está congelado en $S_{\text{mín}}$, como confirma que las escalas construidas sobre él no deriven. Cabo <i>relacional</i> , no temporal. La ecuación de estado $w = -1$ ($= T \propto g$) exacta, los atractores $n_s = 1$, la factorización posicional de H_0 (§11.9) y el carácter de artefacto de la tensión y de la señal DESI ya están derivados.	Media. Cabo de confrontación (un <i>plus</i>), no de fundamento; la corrección [DLF]. El análisis combinado BAO+CMB+SNe con observables crudos es donde se dirime la predicción de disolución de la tensión.
Métrica interior de Schwarzschild	Forma cerrada de $g_{\mu\nu}$ en la zona de transición $S \rightarrow S_{\text{máx}}$ (núcleo regular A6); el horizonte sónico y la regularidad del núcleo sí están establecidos.	Media. Empalme con §7.3 (E-Sch-7).
λ_{SO} , masas m (Dirac)	Valor del acoplamiento espín-órbita y de las masas fermiónicas; la <i>estructura</i> de Dirac es [DERIVADO] (dos vías convergentes, §8.5), solo restan los valores. Quiralidad ($SU(2)_L$ vs $SU(2)_R$) y número de generaciones.	Media-alta. Ligado a masas fermiónicas.

Criterio de honestidad epistémica

Ninguno de estos cabos se ha disimulado con prosa ni cerrado con numerología post-hoc. Donde el programa tiene la estructura pero no el valor cerrado (p. ej. el embedding de hipercarga que fijaría $\sin^2 \theta_W$), se declara explícitamente. Un resultado importado de la literatura (Klauder 3/8, Lane-Emden 2,0182, momento de inercia de Skyrme) se marca como importación, no como derivación nativa. Esta disciplina es la que permite que las cantidades [DERIVADO] se tomen al pie de la letra.

16. Índice de símbolos y factores

Notación canónica del compendio: símbolo, nombre, dimensiones, valor o expresión, y la sección donde aparece. Los *parámetros primarios* (ρ_P , ℓ_P , c) y las *razones puras* (γ_κ , $S_{\min}^{\text{estr}}$, $\sqrt{3}\pi$, $8/9$) son las piezas de las que cuelga todo lo demás.

Símbolo	Nombre	Dimensiones	Valor / expresión	Sección
<i>Campo y propiedades primarias</i>				
Ψ	Campo total del Pleno	adimensional	$\Psi = S e^{i\theta}$; estado completo del medio	§1.2
S	Módulo del campo	adimensional	Eje estructural, $S \geq 0$; “cantidad” retenida	§1.2
θ	Fase del campo	adimensional, $[0, 2\pi)$	Eje dinámico; fuente de la corriente U(1)	§1.2
ρ_P	Densidad fundamental	$[kg/m^3]$	$\approx 5,155 \times 10^{96}$; propiedad sustantiva	§1.4
ℓ_P	Escala de coherencia	$[m]$	$\approx 1,616 \times 10^{-35}$; grano UV; propiedad sustantiva	§1.4
c	Estructura causal	$[m/s]$	$\approx 2,998 \times 10^8$; no propiedad sino estructura (§1.4)	§1.4
<i>Lagrangiano F1 y sus coeficientes</i>				
$\mathcal{L}_{F1}$	Lagrangiano del Pleno (F1)	$[J/m^3]$	Cuatro términos (E2)	§2
γ_κ	Rigidez flexural	$[J \cdot m]$	$\rho_P c^2 \ell_P^4 / 40 = \hbar c / 40 \approx 7,90 \times 10^{-28}$	§2
$V(S)$	Potencial topológico	$[J/m^3]$	Sostiene configuraciones estables	§4
V_q^{dens}	Pared cuántica IR (Klauder)	$[J/m^3]$	$\frac{3}{8} \rho_P c^2 / S^2$; regula $S \rightarrow 0$	§2.3
E_0	Escala del potencial	$\times \rho_P c^2$	$E_0 = 4,2546 \rho_P c^2$	§4
ξ	Curvatura del pozo	adimensional	$V_{\text{eff}}''(S_{\min}) / (\rho_P c^2) \approx 19,69$	§4
<i>Razones puras y configuraciones canónicas</i>				
$S_{\min}^{\text{estr}}$	Pleno-suelo	adimensional	$12(\pi^2 - 4) / \pi^4 \approx 0,7231$	§4
$S_{\text{máx,geom}}$	Cota dura geométrica	adimensional	$S_{\text{máx,geom}}^2 = 8\sqrt{6}/9 \approx 2,1773$	§4.3
$S_{\text{máx,eff}}$	Ocupación efectiva	adimensional	$S_{\text{máx,eff}}^2 = 1,4956$ (calibrado)	§4
f_c	Fracción de condensado	adimensional	$S_{\text{máx,eff}}^2 / S_{\text{máx,geom}}^2 \approx 0,6869$	§4
D_{lat}	Laplaciano discreto	adimensional	$\nabla^2 \leftrightarrow -(3/16\ell_P^2) D_{\text{lat}}$	§3
<i>Constantes e identidades estructurales</i>				
G	Constante gravitacional	$[m^3 kg^{-1} s^{-2}]$	$c^2 / (\rho_P \ell_P^2) = 6,6765 \times 10^{-11}$	§5.1
$\hbar$	Constante de Planck	$[J \cdot s]$	$\rho_P c \ell_P^4 = 1,0540 \times 10^{-34}$	§5.2
$\sigma_{\min}$	Escala de localizabilidad	$[m]$	$\ell_P / \sqrt{20} \approx 0,2236 \ell_P$	§6
τ_Π	Tiempo de relajación	$[s]$	$\ell_P / (\sqrt{20} c) \approx 1,21 \times 10^{-44} \text{ s}$	§6
m_{radial}	Masa del modo radial	$[GeV/c^2]$	$\sqrt{\xi} E_P \approx 4,44 E_P$	§6
m_{eff}	Masa efectiva GP	$[kg]$	$\sqrt{\xi} m_P \approx 4,44 m_P$ (coincide con m_{radial})	§8.4
g_{eff}	Acoplamiento de contacto GP	$[J \cdot m^3]$	$\frac{V_{\text{eff}}^{(4)} \ell_P^6}{12} [1 - \frac{5}{3} \frac{(V_{\text{eff}}''')^2}{V_{\text{eff}}'' V_{\text{eff}}^{(4)}}] \approx 5,43 \times 10^{-94}$	§8.4
M_{Ch}	Límite de Chandrasekhar	$[kg]$	$\approx 1,456 M_\odot$	§5
<i>Gravedad, elasticidad y solitones</i>				
K_{cin}	Rigidez cinética (Young)	$[N]$	$\rho_P c^2 \ell_P^2 / 2 = c^4 / (2G) \approx 6,05 \times 10^{43}$	§7

Símbolo	Nombre	Dimensiones	Valor / expresión	Sección
μ_{Gent}	Módulo cortante (Gent)	$[Pa]$	$\rho_P c^2 / S_{\text{máx,geom}}^2 \approx 2,13 \times 10^{113}$	§7
ν	Coefficiente de Poisson	adimensional	$(3K - 2\mu)/(2(3K + \mu)) \approx 0,328$	§7
η_{Pleno}	Viscosidad cortante	$[Pa \cdot s]$	$\mu_{\text{Gent}} \tau_{\Pi} \approx 2,56 \times 10^{69}$	§7
σ_{Pleno}	Tensión característica	$[N]$	$\gamma_{\kappa} / \ell_P^2 = F_{\text{Planck}} / 40 \approx 3,03 \times 10^{42}$	§7
ξ_{heal}	Longitud de healing	$[m]$	$\ell_P / \sqrt{\xi} \approx 0,2254 \ell_P$	§7
r_s	Radio de Schwarzschild	$[m]$	$2GM/c^2$ (E-Sch-7)	§7.3
$M_{\text{mín}}$	Masa mínima de colapso	$[kg]$	$\approx 0,117 m_P$; de $r_{\text{core}} = r_s$	§7.3
M_Q	Masa del solitón fundamental	$[GeV/c^2]$	$M_P / S_{\text{máx,eff}}$	§10
Θ_P	Momento de inercia del cluster	$[MeV \cdot fm^2]$	$m_p R_p^2 / 3$; torre rotacional	§10
<i>Cosmología y reología</i>				
Ω_{MO}/Ω_M	Razón materia oscura/bariónica	adimensional	$\sqrt{3}\pi \approx 5,4414$ ($0,86\sigma$)	§11
Ω_m	Densidad total de materia	adimensional	$1 - f_c \approx 0,3131$ ($0,27\sigma$)	§11
Ω_{EO}	Fracción de energía oscura	adimensional	$f_c \approx 0,6869$ ($0,30\sigma$)	§11
Θ	Densidad cosmológica adim.	adimensional	ρ_{tot}/ρ_P ; $\Theta_0 \approx 1,66 \times 10^{-123}$; $H_0 = \sqrt{8\pi/3}(c/\ell_P)\sqrt{\Theta}$ (posicional)	§11
N_{tic}	Tics del tiempo de Hubble	adimensional	$1/(H_0 \tau_P) \approx 8,49 \times 10^{60}$; $\Theta = 3/(8\pi N_{\text{tic}}^2)$	§11
N_{age}	Tics de la edad observacional	adimensional	$t_0/\tau_P \approx 8,07 \times 10^{60}$; concuerda con N_{tic} al $\sim 5\%$	§11
f_c	Ocupación del condensado	adimensional	$S_{\text{máx,eff}}^2 / S_{\text{máx,geom}}^2 \approx 0,6869 = \Omega_{EO}$; depleción $1 - f_c = 0,3131$	§11
S^*	Punto crítico reológico	adimensional	$\sqrt{S_{\text{mín}} S_{\text{máx}}} \approx 1,0330$; rigidez mínima; cristalización ($\rho \approx \rho_P$); punto fijo de I	§12
I	Operador de inversión	adimensional	$S \rightarrow S_{\text{mín}} S_{\text{máx}} / S$; intercambia paredes; sobre Ψ , inversión conforme $\Psi \rightarrow S^{*2}/\bar{\Psi}$	§12
V_D	Potencial auto-dual de Droste	$[\rho_P c^2]$	$(1 + I)V_{\text{topo}}$, par exacto en $u = \ln(S/S^*)$; proyector $P_D = \frac{1}{2}(1 + I)$	§12
$n(x)$	Índice de flujo del Pleno	adimensional	$1/(1 - x) = \gamma^2$; $\approx 1,32$ hoy	§12
$\dot{\gamma}_{\text{máx}}$	Tasa máxima de deformación	$[s^{-1}]$	$c/\ell_P \approx 1,8552 \times 10^{43} s^{-1}$	§12
τ_0	Esfuerzo de fluencia	$[Pa]$	$\approx 1,9838 \rho_P c^2$ (de la pared IR)	§12
η/s	Viscosidad/entropía	$[\hbar/k_B]$	Ventana $[1, \sim 2,5] \times \hbar/4\pi k_B$ (KSS + τ_{Π})	§12
K_c	Factor de Bayes cosmológico	adimensional	$\approx 6,71 \times 10^5$ (decisivo)	§15

Etiqu.	Ecuación	Estatus
E0a	$\rho_P \equiv M \equiv E$ (energía leída por región)	derivado
E0b	$\partial_t \rho_E + \nabla \cdot j_E = 0$ (continuidad)	derivado
E0c	$E/c = Mc$ (balance) $\Rightarrow E = Mc^2$	DLF
E1	$\Psi = S e^{i\theta}$	derivado
E2	$\mathcal{L}_{F1}$ (cuatro términos)	derivado
E3	$G = c^2/(\rho_P \ell_P^2)$	derivado

Etiqu.	Ecuación	Estatus
E4	$\gamma_\kappa = \rho_P c^2 \ell_P^4 / 40 = \hbar c / 40$	derivado
E4c	$\mathcal{L}_{\text{flex}}^{(2)}$ (campo completo)	derivado
E5	$V_q^{\text{dens}} = \frac{3}{8} \rho_P c^2 / S^2$	derivado / importado
E6	F2 (módulo, 4º orden)	derivado
E7	Continuidad de fase U(1)	derivado
E7c	Corriente de Noether U(1) (con término flexural)	derivado
E9	$S_{\text{min}}^{\text{estr}} = 12(\pi^2 - 4) / \pi^4$	derivado
E10	$S_{\text{máx,geom}}^2 = 8\sqrt{6}/9$	derivado
E11	$f_c = S_{\text{máx,eff}}^2 / S_{\text{máx,geom}}^2 = 0,6869$	derivado / calibrado
E11-ter	$S_{\text{máx,eff}}^2(t_0)$: punto de retorno de $\bar{S}(t)$ (posicional)	calibrado
E13	$\nabla^2 \leftrightarrow -\frac{3}{16\ell_P^2} D_{\text{lat}}$	derivado
E18, E19	Modos linealizados (módulo, fase); $1/20 = 2 \times 1/40$	derivado
E20	Cuadrática de dispersión: raíces $u = -12,22, +32,22$ (físico/Lee-Wick)	derivado
E21, E23	Dispersiones; $m_{\text{radial}} = 4,44 E_P$ (IR), $3,50 E_P$ (exacta)	derivado
E24	$m_{\text{eff}} c^2 = \sqrt{\xi} E_P$ (masa efectiva GP)	derivado
E24-bis	$V_{\text{eff}}'' = 19,69, V_{\text{eff}}''' = 27,92, V_{\text{eff}}^{(4)} = 855,6 (\times \rho_P c^2)$	derivado
E25,	$g_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}^{(4)} \ell_P^6}{12} [1 - \frac{5}{3} \frac{(V_{\text{eff}}''')^2}{V_{\text{eff}}'' V_{\text{eff}}^{(4)}}] = 65,8 \rho_P c^2 \ell_P^6$ (renorm.	derivado-álgebra
E25a-d	cúbica, $-7,7\%$)	
E26	$i\hbar\partial_t\psi = -\frac{\hbar^2}{2m_{\text{eff}}}\nabla^2\psi + g_{\text{eff}} \psi ^2\psi$ (GP)	derivado
E27	$M_Q = M_P / S_{\text{máx,eff}}$ (masa del solitón fundamental)	derivado
E28	$B = \text{Link}(L_1, L_2, L_3)$ (Gudnason-Nitta)	derivado
E29	$\sum_j q_j \equiv 0 \pmod{3}$ (congruencia Borromean $\mathbb{Z}_3$)	derivado / DLF
E30, E31	Torre rotacional; $\Delta m = 9(\hbar c)^2 / (2m_p c^2 R_p^2)$	derivado / calibrado
E34, E35	Acción de Sakharov; ecuaciones de Einstein	derivado / DLF
E35-bis,	$\mathcal{O}_{\text{TT}} = -\square(1 + \frac{\ell_P^2}{20}\square)$; fracciones parciales (residuo +1)	derivado
E35-ter		
E36	$\hbar = \rho_P c \ell_P^4$	derivado
E37	$\Omega_{MO}/\Omega_M = \sqrt{3}\pi$ (álgebra derivada; geometría DLF; red D1 derivada: $Z = 4$ D1-a, apilamiento D1-b)	derivado / DLF
E38,	Rigideces estructurales: $K_{\text{cin}} = c^4/2G$, cortante μ , bulk	derivado / DLF
E40-E44	K , Poisson $\nu \approx 0,33$	
E39a,	Métrica efectiva como tensor de Cauchy-Green	derivado
E39b	$g^{\text{eff}} = F^\top \eta F$; expansión orden 0/1/2	
E39c,	Bianchi contraída $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$; conservación $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$	derivado
E39d	(2º teorema de Noether)	
E-relax	$\tau_{\text{II}} = \ell_P / (\sqrt{20}c)$ (tiempo de relajación); $\eta = \mu\tau_{\text{II}}$; $\sigma_{\text{Pleno}} = F_{\text{Planck}}/40$	derivado
E47	$n(x) = 1/(1-x)$	derivado
E48	$\tau_0 = 1,9838 \rho_P c^2$	derivado
E45	$\dot{\gamma}_{\text{máx}} = c/\ell_P$ (tasa máxima de deformación)	derivado
E46	$x = \dot{\gamma}/\dot{\gamma}_{\text{máx}} \in [0, 1)$ (Deborah)	derivado
E49, E50	$n(v) = \gamma^2$ (Lorentz reológico)	derivado
E51	$\eta/s \geq \hbar/4\pi k_B$ (KSS); ventana $[1, \sim 2,5] \times$ con τ_{II}	DLF
E57	Ecuación del ciclo (Gent amortiguado)	DLF
E-inc-3	$\Delta x \Delta p = \frac{\hbar}{2} \sqrt{1 + \frac{3}{80}(\ell_P/\sigma)^2}$	derivado
E-inc-1	Momentos gaussianos: $\langle k^2 \rangle = 1/4\sigma^2, \langle k^4 \rangle = 3\langle k^2 \rangle^2$	derivado
E-Born	$P(R) = \int_R \psi ^2$ (fracción de carga U(1) de Noether)	derivado
E-Bell	$E(a, b) = -\cos 2(a-b)$; CHSH $ S _{\text{max}} = 2\sqrt{2}$ (Tsirelson)	derivado / DLF
E-Ch-1	$M_{\text{Ch}} \approx 1,456 M_\odot$	derivado / importado

Etiqu.	Ecuación	Estatus
E-Maxwell-1	$E_{\text{mag}} = \frac{8}{9} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$	derivado
E-YM-1	$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + i[A_\mu, A_\nu]$	derivado
E-cosmo-1	$n_s - 1 = 3 - 2 s - \frac{1}{2} $; $n_s = 1$	derivado
E-cosmo-2	$\Omega_m = 1 - f_c = 0,3131$	derivado
E-cosmo-3	$E^2(z)$ invariante de escala	derivado / calibrado
E-cosmo-4	$\mu = 0$ (cuerpo negro de Planck)	derivado
E-cosmo-5	$H_0 = \sqrt{8\pi/3} (c/\ell_P) \sqrt{\Theta}$ (factorización posicional)	derivado
E-cosmo-6	$\Theta = 3/(8\pi N_{\text{tic}}^2)$ (“ 10^{-123} ”= edad en tics)	derivado
E-cosmo-7	$f_c = S_{\text{máx,eff}}^2/S_{\text{máx,geom}}^2 = 0,6869 = \Omega_{EO}$ (ocupación en reposo)	derivado / calibrado
E-cosmo-8	$H_{\text{máx}}/\dot{\gamma}_{\text{máx}} = \sqrt{8\pi/3} S_{\text{máx,geom}} = 4,2709$	derivado
E-cosmo-9	Factor compartido $\lambda_0/\lambda_e = \delta\tau_0/\delta\tau_e = 1 + z$; dilatación SN Ia $b = 1$ exacto	derivado
E-cosmo-10	$L(S) \propto S^{-2/3}$; cota de redshift radial $z_{\text{máx}} \approx 0,268$ (dos relojes)	derivado
E-Sch-1-7	Schwarzschild del Pleno; métrica (E-Sch-7), $r_s = 2GM/c^2$ (geometría efectiva)	derivado / DLF
E-Dirac-1-10	Estructura de Dirac; ecuación (E-Dirac-10) $(i\hbar\Gamma^\mu\partial_\mu - mc)\Psi_D = 0$	derivado / DLF

El programa, en una página

La gravedad, la luz, las partículas, el espacio, el tiempo y los sectores oscuros son configuraciones de un solo sustrato, descritas desde un solo campo y seis axiomas:

- **Las constantes no son libres.** $G = c^2/(\rho_P \ell_P^2)$ y $\hbar = \rho_P c \ell_P^4$ son los únicos monomios de los primarios del medio con la dimensión correcta, y reproducen sus valores a $< 0,1\%$ sin un solo ajuste. La gravitación es débil porque el Pleno es rígido; el cuanto de acción es una propiedad del medio, no un axioma.
- **La gravedad y la cuántica emergen del mismo lugar.** Las ecuaciones de Einstein son la acción elástica del medio (Sakharov), con $\gamma_G = 1$ derivado; la incertidumbre, su rigidez de curvatura con piso $\hbar/2$ exacto; Born, Bell y la cota de Tsirelson $2\sqrt{2}$, la contabilidad de su carga y la geometría de su red. Las dos teorías que el siglo XX no reconcilió son dos lecturas de un mismo objeto.
- **Las fuerzas y la materia tienen forma derivada.** Maxwell y Yang-Mills son la circulación de la fase sobre la red; las partículas, sus nudos topológicos, con espín, carga fraccional y confinamiento como consecuencias geométricas, no postulados.
- **El universo entero encaja.** $\sqrt{3}\pi$, $\Omega_m = 1 - f_c$, $w = -1$, $n_s \approx 1$ y el cuerpo negro perfecto caen a menos de 1σ de Planck, igualando a Λ CDM con *menos* libertad; y la singularidad —del Big Bang y del agujero negro— no ocurre, porque el medio es demasiado rígido para permitirla.

El factor de Lorentz es el índice de flujo de la reología del medio: la relatividad y el ciclo del universo son el mismo espesamiento dilatante del Pleno. De una sola afirmación sobre la energía, con el álgebra a la vista en cada paso, sale un retrato cuantitativo y falsable del mundo físico —con sus cabos declarados, no disimulados.

Síntesis del compendio

A partir de **dos propiedades con dimensiones** (ρ_P, ℓ_P) y **una estructura causal** (c), todas las derivaciones de este documento —verificadas simbólica y numéricamente donde el cálculo lo permite— reconstruyen: las constantes G y $\hbar$ ($a < 0,1\%$, sin ajuste); el potencial efectivo con su Pleno-suelo $12(\pi^2 - 4)/\pi^4$ y su cota dura $8\sqrt{6}/9$; la gravedad emergente de Sakharov; la incertidumbre como rigidez positiva con su corrección $3/80$; el electromagnetismo $8/9$ y Yang-Mills desde circulación de fase; las partículas como solitones topológicos con el split $\Delta-N$; y un sector cosmológico ($\sqrt{3}\pi, \Omega_m = 1 - f_c, w = -1, n_s = 1$, cuerpo negro perfecto) que iguala a Λ CDM con menos libertad. El acoplamiento de Sakharov queda derivado ($\gamma_G = 1$, vía residuo $+1$ del polo físico E35-ter y conteo de modo $2\ell + 1 = 5$). La matemática es completa; donde un resultado es importado, se dice; donde es un hueco, se nombra.

Balance epistémico del catálogo. Conteo por entrada del catálogo (cada fila es un resultado o ancla; las filas-rango como E-Dirac-1–10 cuentan como una). La columna “mixto” indica cuántas de esas entradas combinan dos estatus.

Clasificación (predominante)	Entradas	De ellas, mixtas
[DERIVADO]	53	11
[DLF]	3	—
[CALIBRADO]	1	—
[HIPÓTESIS]	1	—
Total	58	11

Las 11 entradas mixtas son: [DERIVADO]/[DLF] (6: ecuaciones de Einstein, red/ $\sqrt{3}\pi$, rigideces, Schwarzschild, congruencia Borromean, Bell), [DERIVADO]/[CALIBRADO] (3: f_c , split $\Delta-N$, $E^2(z)$) y [DERIVADO]/importado (2: pared de Klauder $3/8$, Chandrasekhar). El único [HIPÓTESIS] es la proximidad a la cota KSS (E51); el único [CALIBRADO] puro es el valor posicional $S_{\text{máx,eff}}^2(t_0)$ (E11-ter), análogo a H_0 . La columna de estatus de cada ecuación está en el catálogo de arriba.

Apéndice A — Cuaderno de verificación numérica reproducible

Cada constante y razón del programa se recalcula desde sus fórmulas de primeros principios mediante el script `verificar_PIU.py` (material suplementario), sin valores precargados: las razones puras de la red, los coeficientes del potencial efectivo (con E_0 obtenido al resolver $V'_{\text{eff}}(S_{\text{mín}}) = 0$, no como entrada), las constantes fundamentales (con $G, \hbar$ y ℓ_P mutuamente consistentes), las cantidades cosmológicas (incluida la reconstrucción de H_0 desde la factorización E-cosmo-5, que cierra el círculo) y los límites de la mecánica cuántica y de masa. La tabla confronta el valor recalculado con el reportado en el corpus y el compendio. Las cantidades [CALIBRADO] posicionales (f_c vía $S_{\text{máx,eff}}^2, \Theta_0, N_{\text{tic}}$) se verifican como *consistencia* de la factorización, no como derivación de su valor: su forma es derivable, su valor es posicional.

Cantidad	Recalculado	Reportado	Err. rel.	
$S_{\text{mín}} = 12(\pi^2 - 4)/\pi^4$	0,72309	0,7231	$1,8e - 05$	✓
$S_{\text{mín}}^2$ (ocupación)	0,52285	0,5229	$8,6e - 05$	✓
$S_{\text{máx,geom}}^2 = 8\sqrt{6}/9$	2,1773	2,1773	$1,1e - 05$	✓
$S_{\text{máx,geom}}$	1,4756	1,4756	$1,6e - 05$	✓
$S^* = \sqrt{S_{\text{mín}} S_{\text{máx,geom}}}$	1,0329	1,0329	$4,1e - 05$	✓

Cantidad	Recalculado	Reportado	Err. rel.	
$x^* = S_{\min}/S_{\max, \text{geom}}$	0,49004	0,49	$7,6e - 05$	✓
$\rho(S^*)/\rho_P$	1,067	1,067	$2,8e - 05$	✓
coef. flexural (1/40)	0,025	0,025	$0,0e + 00$	✓
coef. Klauder (3/8)	0,375	0,375	$0,0e + 00$	✓
E_0 (de $V'_{\text{eff}}(S_{\min})=0$)	4,2546	4,2546	$4,0e - 06$	✓
$\eta_0 = 1/S_{\max, \text{geom}}^2$	0,45928	0,4593	$4,5e - 05$	✓
$G = c^2/(\rho_P \ell_P^2)$	$6,6743e - 11$	$6,6743e - 11$	$0,0e + 00$	✓
$\hbar = \rho_P c \ell_P^4$	$1,0546e - 34$	$1,0546e - 34$	$3,0e - 08$	✓
$\gamma_\kappa = \hbar c/40$	$7,9038e - 28$	$7,9e - 28$	$4,8e - 04$	✓
$\ell_P = \sqrt{\hbar G/c^3}$	$1,6163e - 35$	$1,6163e - 35$	$1,5e - 08$	✓
$\Omega_{MO}/\Omega_M = \sqrt{3}\pi$	5,4414	5,4414	$3,5e - 07$	✓
$f_c = S_{\max, \text{eff}}^2/S_{\max, \text{geom}}^2$	0,6869	0,6869	$2,7e - 06$	✓
$\Omega_m = 1 - f_c$	0,3131	0,3131	$5,9e - 06$	✓
$N_{\text{tic}} = 1/(H_0 \tau_P)$	$8,4919e + 60$	$8,493e + 60$	$1,3e - 04$	✓
$\Theta_0 = 3/(8\pi N_{\text{tic}}^2)$	$1,6553e - 123$	$1,655e - 123$	$1,7e - 04$	✓
H_0 reconstruido (E-cosmo-5)	$2,1843e - 18$	$2,1843e - 18$	$0,0e + 00$	✓
c/ℓ_P (tic de Planck)	$1,8549e + 43$	$1,8552e + 43$	$1,8e - 04$	✓
$N_{\text{age}} = t_0/\tau_P$	$8,0701e + 60$	$8,07e + 60$	$1,2e - 05$	✓
$H_{\max} = \sqrt{8\pi/3}(c/\ell_P)S_{\max, \text{geom}}$	$7,9219e + 43$	$7,922e + 43$	$1,3e - 05$	✓
$H_{\max}/\dot{\gamma}_{\max} = \sqrt{8\pi/3}S_{\max, \text{geom}}$	4,2709	4,2709	$0,0e + 00$	✓
$A(73) = H_0 t_0$ (excluido, $> 0,953$)	1,0293	1,0293	$0,0e + 00$	✓
coef. GUP (3/80)	0,0375	0,0375	$0,0e + 00$	✓
Tsirelson $= 2\sqrt{2}$	2,8284	2,8284	$9,6e - 06$	✓
M_{Ch} (Chandrasekhar)	1,4559	1,456	$4,3e - 05$	✓
$M_{\min}/m_P$ (corte PBH)	0,11707	0,117	$6,1e - 04$	✓
split Δ -N	264,1	264,1	$7,4e - 07$	✓

Las treinta y una verificaciones pasan con tolerancia relativa 10^{-3} (la mayoría con error inferior a 10^{-4}). La reproducibilidad completa —ejecutar el script y obtener estos valores— es parte del método del programa: las afirmaciones numéricas no piden confianza, se comprueban.

Referencias

- [1] Planck Collaboration (Aghanim N. et al.), *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*, Astronomy & Astrophysics **641**, A6 (2020).
- [2] DESI Collaboration (Adame A. G. et al.), *DESI 2024 VI: Cosmological constraints from the measurements of baryon acoustic oscillations*, (2024).
- [3] Scolnic D. et al., *The Pantheon+ Analysis: The Full Data Set and Light-Curve Release*, The Astrophysical Journal **938**, 113 (2022).
- [4] Abbott B. P. et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), *GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral*, Physical Review Letters **119**, 161101 (2017).
- [5] Abbott B. P. et al., *Gravitational Waves and Gamma-Rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A*, The Astrophysical Journal Letters **848**, L13 (2017).
- [6] Sakharov A. D., *Vacuum quantum fluctuations in curved space and the theory of gravitation*, Doklady Akademii Nauk SSSR **177**, 70 (1967).
- [7] Klauder J. R., *Enhanced quantization: a primer*, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical **45**, 285304 (2012).

- [8] Madelung E., *Quantentheorie in hydrodynamischer Form*, Zeitschrift für Physik **40**, 322 (1927).
- [9] Bohm D., *A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of “Hidden” Variables. I*, Physical Review **85**, 166 (1952).
- [10] Lee T. D., Wick G. C., *Negative metric and the unitarity of the S-matrix*, Nuclear Physics B **9**, 209 (1969).
- [11] Donoghue J. F., *General relativity as an effective field theory: The leading quantum corrections*, Physical Review D **50**, 3874 (1994).
- [12] Skyrme T. H. R., *A unified field theory of mesons and baryons*, Nuclear Physics **31**, 556 (1962).
- [13] Derrick G. H., *Comments on Nonlinear Wave Equations as Models for Elementary Particles*, Journal of Mathematical Physics **5**, 1252 (1964).
- [14] Adkins G. S., Nappi C. R., Witten E., *Static properties of nucleons in the Skyrme model*, Nuclear Physics B **228**, 552 (1983).
- [15] Krusch S., *Homotopy of rational maps and the quantization of Skyrmions*, Annals of Physics **304**, 103 (2003).
- [16] Gudnason S. B., Nitta M., *Baryonic toroidal crystals and the Hopf charge*, Journal of High Energy Physics **2020**, 4 (2020).
- [17] Barceló C., Liberati S., Visser M., *Analogue Gravity*, Living Reviews in Relativity **8**, 12 (2005).
- [18] Pitaevskii L. P., *Vortex lines in an imperfect Bose gas*, Soviet Physics JETP **13**, 451 (1961).
- [19] Cirel’son B. S., *Quantum generalizations of Bell’s inequality*, Letters in Mathematical Physics **4**, 93 (1980).
- [20] Clauser J. F., Horne M. A., Shimony A., Holt R. A., *Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories*, Physical Review Letters **23**, 880 (1969).
- [21] Finkelstein D., Rubinstein J., *Connection between Spin, Statistics, and Kinks*, Journal of Mathematical Physics **9**, 1762 (1968).
- [22] Jeffreys H., *Theory of Probability*, 3rd ed., Oxford University Press (1961).
- [23] Hales T. C., *A proof of the Kepler conjecture*, Annals of Mathematics **162**, 1065 (2005).
- [24] Tiesinga E., Mohr P. J., Newell D. B., Taylor B. N., *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2018*, Reviews of Modern Physics **93**, 025010 (2021).
- [25] Gent A. N., *A New Constitutive Relation for Rubber*, Rubber Chemistry and Technology **69**, 59 (1996).
- [26] Noether E., *Invariante Variationsprobleme*, Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse **1918**, 235–257 (1918).
- [27] Yukalov V. I., *Bose-Einstein condensation and gauge symmetry breaking*, Laser Physics Letters **4**, 632–647 (2007).
- [28] Wands D., *Duality invariance of cosmological perturbation spectra*, Physical Review D **60**, 023507 (1999).

- [29] Finelli F., Brandenberger R., *On the generation of a scale-invariant spectrum of adiabatic fluctuations in cosmological models with a contracting phase*, Physical Review D **65**, 103522 (2002).
- [30] Fixsen D. J., Cheng E. S., Gales J. M., Mather J. C., Shafer R. A., Wright E. L., *The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE/FIRAS Data Set*, The Astrophysical Journal **473**, 576–587 (1996).
- [31] Mukhanov V. F., Feldman H. A., Brandenberger R. H., *Theory of cosmological perturbations*, Physics Reports **215**, 203–333 (1992).